

Natuurkunde I: Formularium

RT

Versie van 10 juni 2010

Geen garantie geboden. Gebaseerd op formularium van LD. Geldige bemerkingen zijn *viva voce* welkom. $[\cdot]$ beeldt de grootheid \cdot af op haar eenheid, e.g. $[m] \mapsto \text{kg}$.

Algemeen

- $3.6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$
- $\text{N} = \text{kg m/s}^2$
- $\text{J} = \text{Nm}$
- $\text{W} = \text{J/s}$
- Zwaartekracht: $F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$, met $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$
- Vrije val: $x(t) = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$, $v(t) = v_0 + gt$
- $1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$
- $\text{Pa} = \text{N/m}^2$
- $1 \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
- $\text{V} = \text{J/C}$
- $\text{F} = \text{C/V} = \text{C}^2/\text{J}$
- $\text{A} = \text{C/s}$
- $1 \text{ pk} \equiv 746 \text{ W}$ (Voor elektrische pk.)
- $1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$

4 De wetten van Newton

- $\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \text{constant} \Leftrightarrow \vec{a} = 0$

Eerste wet van Newton: inertie of traagheid

- $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Tweede wet van Newton: verband nettokracht en versnelling

- $\vec{F}_{A \text{ op } B} = -\vec{F}_{B \text{ op } A}$

Derde wet van Newton: actie = reactie

- Een INERTIAALSTELSEL wordt gedefinieerd als een stelsel waarin de wetten van Newton gelden.

5 De wetten van Newton in de praktijk

$$[f_k] = \text{N} \quad [f_s] = \text{N} \quad [T] = \text{s} \quad [a] = \text{m/s}^2 \quad [v] = \text{m/s}$$

5.1 Wrijving

- Elk oppervlak oefent een contactkracht uit op voorwerpen die erop rusten. Deze contactkracht splitsen we op in een normaalkracht die bij elk oppervlak geldt en een wrijvingskracht, die voor een glad oppervlak nul bedraagt.
- KINETISCHE FRICTIE is de wrijving die optreedt wanneer een lichaam over een oppervlak glijdt.

- $f_k = \mu_k n$

Grootte kinetische frictie, kinetische frictiecoëfficiënt μ_k , normaalkracht n

- STATISCHE FRICTIE is de wrijving wanneer een lichaam niet in beweging is. Ze is niet constant, en eens overwonnen blijft enkel nog kinetische frictie actief.

- $f_s \leq \mu_s n$

Grootte statische frictie, statische frictiecoëfficiënt μ_s

5.2 Fluidumweerstand en terminale snelheid

- $f = kv$

Weerstand bij lage snelheid v , k is een constante

- $f = Dv^2$

Weerstand bij hoge snelheid v , D is een constante

- $v_t = \frac{mg}{k}$

Terminale snelheid bij lage snelheid

- $v_t = \sqrt{\frac{mg}{D}}$

Terminale snelheid bij hoge snelheid

5.3 Uniforme circulaire beweging

- $v = \frac{2\pi r}{T}$

Snelheid, straal r , periode T

- $a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

Centripetale versnelling

- $a_{\text{tan}} = \frac{dv}{dt}$

Tangentiële versnelling

- $\vec{a} = \vec{a}_{\text{tan}} + \vec{a}_{\text{rad}}$

Versnelling

- $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}_{\text{rad}} = m\frac{v^2}{r}$

Netto-kracht bij een circulaire beweging

6 Arbeid en energie

$[W] = \text{J} \quad [K] = \text{J} \quad [P] = \text{W}$

- $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Infinitesimale arbeid bij variabele kracht F , verplaatsing r langs kromlijng pad

- $W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Arbeid bij variabele kracht

- $W = F \cos(\varphi) s$

Arbeid bij constante kracht met rechte lijnige verplaatsing

- $K = \frac{1}{2}mv^2$

Kinetische energie

- $W_{\text{tot}} = K_2 - K_1 = \Delta K$

Arbeid-energie theorema

- $F_x = -kx$

Wet van Hooke, veerconstante k , eendimensionaal

- $W = \int_{x_1}^{x_2} kx \, dx = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$

Arbeid verricht *op* een veer

- $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Ogenblikkelijk vermogen

- $\oint \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = 0$

Arbeid verricht door een conservatieve kracht langs gesloten pad is nul

7 Potentiële energie

$[U] = \text{J} \quad [E] = \text{J}$

- $W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_1 - U_2 = -\Delta U$

Arbeid geleverd *door* een bepaalde (conservatieve) kracht

- $\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k} = -\nabla U$

Conservatieve kracht

- $U_g = mgy$

Gravitationele potentiële energie, afstand boven aardoppervlak y

- $U_{\text{el}} = \frac{1}{2}kx^2$

Elastische potentiële energie

- $E = K + U$

Totale mechanische energie van een systeem

- $\Delta U_{\text{int}} = -W_{\text{fric}}$

Niet-conservatieve krachten zetten mechanische energie om in interne

- $\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} = \sum T$

Niet-geïsoleerd systeem, T energietransfer

- $\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} = 0$

Geïsoleerd systeem

- $\Delta K + \Delta U = W_{\text{other}}$

Behoud van energie, met $W_{\text{other}} = 0$ voor conservatieve krachten

8 Impuls, stoot en botsingen

$$[p] = \text{kg m/s} \quad [J] = \text{N s} = \text{kg m/s}$$

Let op: impuls (Ned.) = momentum (Eng.), stoot (Ned.) = impulse (Eng.). De verandering in impuls gedurende een periode is gelijk aan de stoot van de (netto)kracht die erop inwerkt tijdens die periode.

In de cursus Natuurkunde I houden we enkel rekening met niet-relativistische snelheden.

- $\vec{p} = m\vec{v}$

Impuls

- $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Tweede wet van Newton (algemener)

- $\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt$

Stoot

- $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

Stoot-impuls-theorema

- $\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \dots$

Totale impuls voor een meerdeeltjessysteem

- $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$

Totale impuls van systeem is constant

- Bij een INELASTISCHE botsing wordt de impuls behouden, maar *niet* de kinetische energie — deze wordt omgezet in andere vormen van energie, zoals interne en elastische potentiële energie.

- Bij een ELASTISCHE botsing worden de impuls *en* de kinetische energie behouden.

- $p_{1i,x} + p_{2i,x} = p_{1f,x} + p_{2f,x}$

Impulsbehoud in de x-richting

- $p_{1i,y} + p_{2i,y} = p_{1f,y} + p_{2f,y}$

Impulsbehoud in de y-richting

- $\vec{r}_{\text{mc}} = \frac{\Sigma m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i}$

Massamiddelpunt

- $v_f - v_i = v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right)$

Raketpropulsie, v_{ex} exhaust velocity

- $F = M \frac{dv}{dt} = -v_{\text{ex}} \frac{dM}{dt}$

Stuwkracht van een raket

9 Rotatie van starre lichamen

$$[\omega] = \text{rad/s} \quad 60 \text{ r/min} = 2\pi \text{ rad/s} \quad [\alpha] = \text{rad/s}^2$$

Gebruik altijd een rechtshandig assenstelsel.

- $\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

Hoeksnelheid

- $\alpha_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt}$

Hoekversnelling

Verder wordt subscript z impliciet verondersteld. Bij constante hoekversnelling α geldt:

- $\omega = \omega_0 + \alpha t$
- $\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$
- $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

Algemeen:

- $v = r\omega \Leftarrow s = r\theta$

Verband tussen lineaire snelheid en hoeksnelheid, straal r

- $a_{\text{tan}} = r\alpha$

Tangentiële versnelling

- $a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Centripetale versnelling

- $I = \sum mr^2 = \int r^2 dm$

Traagheidsmoment

- $K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

Rotationale kinetische energie

- $I_p = I_{\text{mc}} + md^2$

Theorema der evenwijdige assen, massacentrum mc, massa m , afstand d

10 Dynamica van de rotatiebeweging

$[\tau] = \text{Nm} \quad [L] = \text{kg m}^2/\text{s}$

- $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau = Fl = Fr \sin(\varphi) = F_{\text{tan}} r$

Krachtmoment (*torque, torsie*), momentarm (*lever arm*) l , krachtvector (*line of action*) \vec{r}

- $\sum \tau_z = I_{\text{mc}} \alpha_z$

Tweede wet van Newton, rotationeel

- $dW = F_{\text{tan}} r d\theta = \tau_z d\theta$

- $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z d\theta$

Arbeid geleverd door een variabele torsie

- $P = \frac{dW}{dt} = \tau_z \frac{d\theta}{dt} = \tau_z \omega_z$

Vermogen

- $W_{\text{tot}} = K_{\text{rot},2} - K_{\text{rot},1} = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$

Totale arbeid op een draaiend star lichaam

- $K = \frac{1}{2}mv_{\text{mc}}^2 + \frac{1}{2}I_{\text{mc}}\omega^2$

Kinetische energie van een star lichaam met translatie en rotatie

- $v_{mc} = r\omega$

Voorwaarde voor rollen zonder glijden

- $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_{mc}$

- $\vec{L} = I\vec{\omega}$

Impulsmoment (*angular momentum*) van een star lichaam rond een symmetrische as

- $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$

Impulsmoment voor een partikel

- $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}$

- $L = \sum L_i = (\sum m_i r_i^2) \omega = I\omega$

- $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Behoud van impulsmoment

11 Evenwicht van starre lichamen

- $\sum \vec{F} = 0$

Eerste conditie voor evenwicht: externe kracht nul, geen translatie

- $\sum \vec{\tau} = 0$

Tweede conditie voor evenwicht: moment om willekeurig punt nul, geen rotatie

- $\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \quad \sum \tau_x = 0 \quad \sum \tau_y = 0 \quad \sum \tau_z = 0$

- $\sum \vec{F} = 0$ en $\sum \vec{\tau}_O = 0 \Rightarrow \sum \vec{\tau}_{O'} = 0$

Vrije keuze van het momentenpunt

13 Periodieke beweging

$$[T] = s \quad [f] = \text{Hz} = s^{-1} \quad [\omega] = \text{rad/s} \quad [k] = \text{N/m} = \text{kg/s}^2$$

- $f = \frac{1}{T}, T = \frac{1}{f}$

Verband tussen frequentie f en periode T

- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Hoekfrequentie

- $F_x = -kx$

Terugkerende kracht uitgeoefend door een ideale veer, veerconstante k

13.1 Simpele harmonische beweging (SHM): $F_x \propto x$

- $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$

$$\left[\frac{k}{m} \right] = s^{-2}$$

- $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$
- $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$
- $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

Verplaatsing in een SHM, amplitude A , hoekfrequentie ω , fasehoek φ . Men kan kiezen tussen \cos en \sin , naargelang men de beweging vanaf respectievelijk een top dan wel vanaf het evenwichtspunt beschouwt. Beide zijn equivalent daar $\cos(\omega t) = \sin(\frac{\pi}{2} - \omega t)$. Algemener zou zijn $x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$, met A en B gekozen om aan de beginvoorwaarden te voldoen.

- $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2$
Totale energie (kinetische + potentiële) in een SHM

- $v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \cos(\omega t + \varphi)$

Snelheid in een SHM

- $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$

Versnelling in SHM

- $v_{\max} = \omega A \Leftarrow v_{\max} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{A^2 - x^2}$

Maximale snelheid

- $a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A$

Maximale versnelling

- $k\Delta l = mg$

Verticale SHM, veer wordt over Δl uitgerekt door de zwaartekracht

- $F_{\text{net}} = -kx$

Verticale SHM

13.2 Eenvoudige slinger (pendulum) met kleine amplitude

We eisen een kleine amplitude opdat geldt: $\sin(\theta) \approx \theta \Rightarrow -mg \sin(\theta) \approx -mg\theta = -mg(x/l)$. Een eenvoudige slinger is dan een "ideaal" model voor een slinger. We gebruiken een puntmassa aan een gewichtloze draad.

- $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Hoekfrequentie, lengte l

- $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{\omega}{2\pi}$

Frequentie

- $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\omega}$

Periode

- $F_{\text{tan}} = -mg \sin(\theta) = m \frac{d^2s}{dt^2}$

Terugroepende kracht

13.3 Fysische slinger (p. 438)

- $\sum \tau_z = I \alpha_z \Leftrightarrow -mgd \sin(\theta) = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$

- $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Hoeksnelheid, lengte d , traagheidsmoment I

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$

13.4 Torsieslinger

- $\tau = -\kappa\theta = I \alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Terugroepende torsiekracht, torsieconstante κ (van *support wire*)

- $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$

- $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}$

13.5 Gedempte oscillaties

- $\vec{R} = -b\vec{v}$

Dempingskracht, dempingsconstante b

- $m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$

Bewegingsvergelijking

- $x = C_1 \exp(p_1 t) + C_2 \exp(p_2 t)$

Algemene oplossing voor de bewegingsvergelijking

- $p_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2} \equiv -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{D}$

- $E = \frac{1}{2} k A^2 \exp\left(-\frac{b}{m} t\right)$

Energie van een zwak gedempte oscillator (voor $\frac{b}{2m} \ll \omega_0 \approx \omega_1$)

- $\tau_E = \frac{-m}{b}$

Tijdsconstante waarmee energie daalt

- $Q = \omega_1 \tau_E = \frac{\omega_1 m}{b}$

Kwaliteitsfactor Q

13.5.1 $D < 0$: oscillerende of zwakke damping

p_1 en p_2 zijn toegevoegd complexe getallen.

- $p_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm j\omega_1$ met $\omega_1^2 \equiv \omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2$

- $x = A \exp\left(-\frac{b}{2m} t\right) \cos(\omega_1 t + \varphi)$

Oscillator met kleine damping

13.5.2 $D > 0$: kruipende of sterke damping

p_1 en p_2 zijn reëel en negatief.

- $x = C_1 \exp(p_1 t) + C_2 \exp(p_2 t)$

13.5.3 $D = 0$: kritische damping

Kritische damping is de snelst mogelijke wijze waarop een trillend systeem tot de ruststand kan worden gebracht. p_1 en p_2 zijn gelijk aan $-\frac{b}{2m}$.

- $x = (A + Bt) \exp\left(-\frac{b}{2m}t\right)$

13.6 Gedwongen trilling

- $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \cos(\omega t)$

Bewegingsvergelijking

- $x = A \cos(\omega t - \varphi)$

Stationaire oplossing

- Als $\frac{b^2}{2m^2} > \omega_0^2 \Rightarrow \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}} \in \Im$ (imaginair is) dan is er geen resonantie

15 Trillingen en golven

$[\lambda] = \text{m}$ $[\omega] = \text{rad/s}$ $[f] = \text{s}^{-1} = \text{Hz}$ $[T] = \text{s}$ $[\mu] = \text{kg/m}$ $[k] = \text{rad/m}$ $[\ell] = \text{m}$ $[I] = \text{W/m}^2$

- $y(x, t) = A \cos\left(\omega\left(\frac{x}{v} \pm t\right)\right) = A \cos\left(2\pi f\left(\frac{x}{v} \pm t\right)\right) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right)\right) = A \cos(kx \pm \omega t)$

Golffunctie (met $-$ voor de positieve x-richting; met $+$ voor de negatieve x-richting), golflengte λ

- $y(x, t = 0)$

Vorm van de snaar op ogenblik $t = 0$

- $y(x = 0, t)$

Afwijking y van een deeltje op $x = 0$ i.f.v. de tijd

- $y(x, t) = 0$

Knopen van de golf

- $\max y(x, t) \Rightarrow y'(x, t) = 0$

Buiken van een golf

- $v_y = \frac{\partial y}{\partial t}(x, t) = A\omega \sin(kx - \omega t)$

Transversale snelheid van een deeltje in positieve x-richting

- $a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y(x, t) = -\omega^2 A \cos(kx - \omega t)$

Transversale versnelling van een deeltje in positieve x-richting

- $v_{y,\max} = \omega A, a_{y,\max} = \omega^2 A$

Maximale transversale snelheid en versnelling

- $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t)$

Golfgelijkheid

- $y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$

Principe van superpositie

- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Golfgetal

- $v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$

Golfsnelheid

- $\omega = vk$

Hoeksnelheid

- $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

Snelheid van een transversale golf, F_T touwtensie, massa per eenheidslengte μ

- $K_\lambda = U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$

Kinetische en potentiële energie in een golf over één golflengte

- $E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$

Totale energie van een golf over één golflengte

- $P_{av} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F_T} \omega^2 A^2$

Gemiddeld vermogen van een golf

- $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

Intensiteit van een golf, (sferische) afstand van bron r — *time average rate at which energy is transported by the wave, per unit area*

- $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

Inverse gelijkheidswet voor intensiteit van golven

15.1 Eigentrilling, staande golven (*normal modes*, touw vast aan uiteinden)

Naamgeving: we noemen f_n de n^e harmonische trilling als er n buiken (*antinodes*) optreden. Daarnaast noemen we f_1 de grondtoon, en elke volgende f_i de $(i - 1)^e$ boventoon. Zo is e.g. f_3 de derde harmonische en de tweede boventoon.

- $\lambda_n = 2\frac{\ell}{n}$

Golflengte voor de n^e harmonische, ℓ lengte van het touw, met $n = 1, 2, \dots$

- $f_1 = \frac{v}{2\ell} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

Fundamentele frequentie of eerste harmonische of grondtoon

- $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2\ell} = n f_1$

De n -de harmonische

16 Geluid

$[I] = \text{W/m}^2$ $[\beta] = \text{dB}$ S: bron L: luisteraar
Geluid vormt een longitudinale golf in een medium.

- $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

Geluidssnelheid in vloeistof, bulkmodulus B , densiteit ρ

- $B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_0}$

Bulkmodulus, drukverschil Δp , volumeverschil ΔV

- $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

Geluidssnelheid in vaste stof, modulus van Young Y

- $Y = \frac{F_{\perp}/A}{\Delta \ell/\ell_0}$

Modulus van Young, A oppervlakte

- $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

Geluidssnelheid in ideaal gas, verhouding γ , gasconstante R , molaire massa M

- De energie van geluidsgolven volgt de formules van gewone golven, maar vervang μ door ρS waarbij S de oppervlakte van de "zuiger" is. Dat geeft $E_{\lambda} = \frac{1}{2}(\rho S)\omega^2 A^2 \lambda$.

- $P_{\text{av}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2}\rho S v \omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\rho B} S \omega^2 A^2$

Gemiddeld vermogen van de golf, dus de energie doorheen een punt per periode

- $p = p_{\text{max}} \sin(kx - \omega t)$

Ogenblikkelijke drukverandering (kleine p !)

- $p_{\text{max}} = BkA = \rho v \omega A$

- $I = \frac{P_{\text{av}}}{S}$

Intensiteit

- $I_{\text{lucht}} = \frac{1}{2}\rho v (\omega A)^2 = \frac{p_{\text{max}}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\text{max}}^2}{2\sqrt{\rho B}} = \frac{P_{\text{av}}}{4\pi r^2}$

(Let op $p \neq P$)

- $I_p = I_a + I_b$

Intensiteit in een punt p van twee geluidsbronnen a en b

- $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$

Geluidsintensiteitsniveau

- $I_0 = 1.00 \text{ pW/m}^2 \Rightarrow \beta = 0 \text{ dB}; I_{\text{pijn}} = 1.00 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \beta = 120 \text{ dB}$

16.1 Dopplereffect

Het dopplereffect treedt op wanneer bron S en waarnemer L in relatieve beweging zijn. Wanneer ze naar elkaar bewegen is de waargenomen frequentie hoger; wanneer ze van elkaar weg bewegen is die lager.

- $\frac{f_L}{f_S} = \frac{v + v_L}{v + v_S} \Leftrightarrow f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$

Algemeen: bron en luisteraar in beweging

- $\lambda_{\text{voor}} = \frac{v - v_S}{f_S}$

Golflengte *voor* een bewegende bron

- $\lambda_{\text{achter}} = \frac{v + v_S}{f_S}$

Golflengte *achter* een bewegende bron

16.2 Staande golven in buis

- $\ell = n \frac{\lambda_n}{2}$

Lengte tussen de uiteinden van een open buis

- $f_n = n \frac{v}{2\ell} = n f_1$

Open buis (beide uiteinden open), $n = 1, 2, 3, \dots$

- $\ell = n \frac{\lambda_n}{4}$

Lengte tussen de uiteinden van een gesloten buis

- $f_n = n \frac{v}{4\ell} = n f_1$

Gesloten buis (één gesloten uiteinde), $n = 1, 3, 5, \dots$

16.3 Andere

- $\sin \theta = \frac{v}{v_S}$

Schokgolfkegelopeningshoek of *Mach angle*, $\frac{v}{v_S}$ Mach getal

- $f_{\text{beat}} = f_a - f_b$
Zwevingsfrequentie, of de periodieke variatie in amplitude t.g.v. twee gesuperponeerde golven met licht verschillende frequentie

- $A_{\text{result}} = 2A \sin \left(2\pi \left(\frac{f_a - f_b}{2} \right) t \right)$

Zwevingsamplitude

- $\Delta \ell = \left(n - \frac{1}{2} \right) \lambda$

Destructieve interferentie

- $\Delta \ell = n\lambda$

Constructieve interferentie

- $y(t) = \sum_n A_n \sin(2\pi f_n t) + B_n \cos(2\pi f_n t)$

Fourierreeks, met $f_1 = 1/T$ en $f_n = n f_1$, en A_n, B_n amplitudes

17 Temperatuur en warmte

$[T] = \text{K} = ^\circ\text{C}$ $[\alpha] = \text{K}^{-1}$ $[\beta] = \text{K}^{-1}$ $[c] = \text{J/kg K}$ $[C] = \text{J/mol K}$ $[Q] = \text{J}$ $[M] = \text{kg/mol}$
Thermodynamica is de studie van de macroscopische eigenschappen van materie.

- Als C in thermisch evenwicht is met A en B, dan zijn A en B onderling in evenwicht met elkaar. Dit is de NULDE HOOFDWET van de thermodynamica. Twee systemen zijn in thermisch evenwicht als en slechts als ze dezelfde temperatuur hebben.

- $\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}$

Verhouding tussen druk en temperatuur bij constant volume

- $\Delta \ell = \alpha \ell_0 \Delta T$

Thermische lineaire expansie, lineaire expansie-coëfficiënt α

- $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$

Thermische volume-expansie, volume-expansie-coëfficiënt β

- Voor isotrope vaste stoffen geldt $\beta = 3\alpha$.

- $Q = mc\Delta T$

Warmte nodig om T met ΔT te veranderen, soortelijke warmte c

- $Q = nC\Delta T$

Warmte om T van n mol met ΔT te veranderen, molaire soortelijke warmte C

- $C = Mc$

Molaire soortelijke warmte, molaire massa M ($m = nM$)

- $dQ = mc \, dT$

Infinitesimale warmte

- Gedurende een fasetransitie verandert de temperatuur niet.

- $Q = \pm mL$

Warmtetransfer in een fasetransitie, latente warmte L

- De latente smeltwarmte L_{fus} gebruik je voor de transitie VASTE STOF \rightsquigarrow VLOEISTOF.

- De latente verdampingswarmte L_{vap} gebruik je voor de transitie VLOEISTOF \rightsquigarrow GAS.

- $Q > 0$ wanneer energie *in* het systeem wordt gebracht (smelten of koken).

- $Q < 0$ wanneer energie *uit* het systeem gaat (bevriezen of condenseren).

18 Thermische eigenschappen van materie

$$[H] = \text{W} \quad R = 8.314 \text{ J/mol K} \quad k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad [k_{\text{therm.cond.}}] = \text{W/m K} \quad [A] = \text{m}^2$$

$$[h] = \text{m} \quad [p] = \text{Pa} \quad [C_V] = \text{J/mol K}$$

- $pV = nRT$

Ideale gaswet

- $\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$

Toestandsvergelijking van een reëel (van der Waals) gas, ter informatie

- $K_{\text{tr}} = \frac{3}{2}nRT$

Totale translationele kinetische energie van n mol ideaal gas

- $\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle_{\text{av}} = \frac{3}{2}k_B T$

Gemiddelde translationele kinetische energie van een enkele gasmolecule

- $v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{av}}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

Root mean square snelheid van een gasmolecule

- $\lambda = v t_{\text{mean}} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N}$

Mean free path van moleculen in een ideaal gas, ter informatie?

- $n = \frac{m}{M}$

Aantal mol

- $H = \frac{dQ}{dt} = kA \frac{T_H - T_C}{L}$

Geleiding, thermische geleidingscoëfficiënt k ($\neq k_B$!)

- $H = Ae\sigma T^4; H_{\text{net}} = Ae\sigma (T^4 - T_s^4)$

Straling, ter informatie?

Volgende betrekkingen volgen uit $K_{\text{tr}} = \frac{3}{2}nRT$ met $n = 1$, daar $C_V = \frac{dE}{dT}$. Voor elk gas geldt bovendien $C_P = C_V + R$.

- $C_V = \frac{3}{2}R$

Warmtecapaciteit ideaal monatomair gas bij constant volume

- $C_V = \frac{5}{2}R$

Warmtecapaciteit ideaal diatomair gas bij constant volume — elke extra vrijheidsgraad draagt $\frac{1}{2}RT$ bij aan de interne energie, zodat $C_V = fR/2$, voor f effectieve vrijheidsgraden (diatomaire moleculen hebben 5 effectieve vrijheidsgraden).

- $C_V = 3R$

Warmtecapaciteit ideale monatomaire vaste stof

19 Eerste hoofdwet van de thermodynamica

$[Q] = \text{J} \quad [\Delta U] = \text{J} \quad [W] = \text{J}$

- Warmte Q werkt in *op* het systeem.
- Arbeid W wordt geleverd *door* het systeem.

	Q	W
> 0	Warmte opgenomen door systeem Energie vanuit omgeving naar systeem	Arbeid geleverd door systeem Energie vanuit systeem naar omgeving
< 0	Warmte afgestaan door systeem Energie vanuit systeem naar omgeving	Arbeid geleverd op systeem Energie vanuit omgeving naar systeem

Interne energie U is de som van de kinetische energiewaarden van alle deeltjes afzonderlijk plus de som van alle potentiële energiewaarden die voortkomen uit de interacties tussen de deeltjes onderling. De interne energie van een ideaal gas is enkel afhankelijk van de temperatuur ervan.

- $\Delta U = Q - W$

Eerste hoofdwet van de thermodynamica

- $dU = dQ - dW$

Eerste hoofdwet voor infinitesimale processen

- $C_p = C_V + R$

Molaire warmtecapaciteit van een ideaal gas bij constante druk

- $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$

Verhouding molaire warmtecapaciteiten

- $W = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$

Arbeid bij volumeverandering

- $\Delta U = 0 \Leftrightarrow Q = W$

Energieverandering bij een kringproces

- $\Delta U = nC_V \Delta T$

Interne energie van een ideaal gas (geldig voor elk proces)

- $dW = p \, dV$

Infinitesimale arbeid (geldig voor elk proces)

19.1 Adiabatisch proces (Gr. a- (niet), dia (door), bainein (gaan))

Het definiërende kenmerk van een adiabatisch proces is dat er geen warmte in of uit het systeem gaat.

- $Q = 0 = \Delta U + W \Rightarrow W = -\Delta U$

- $W = -nC_V (T_2 - T_1) = nC_V (T_1 - T_2)$

Arbeid bij ideaal gas

- $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$

- $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

19.2 Isochoor proces (Gr. isos (gelijk), chorè (gebied))

Het definiërende kenmerk van een isochoor proces is dat het bij een constant volume plaatsvindt.

- $W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q = nC_V \Delta T$

19.3 Isobaar proces (Gr. baros (zwaar))

Het definiërende kenmerk van een isobaar proces is dat het bij constante druk gebeurt.

- $W = p (V_2 - V_1)$

- $Q = nC_p \Delta T$

19.4 Isotherm proces (Gr. thermos (warm))

Het definiërende kenmerk van een isotherm proces is dat het bij constante temperatuur plaatsvindt.

- $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$

(Interne energie van ideaal gas enkel afhankelijk van temperatuur)

- $W = nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$

20 Tweede hoofdwet van de thermodynamica

$$[T] = \text{K} \quad [\Delta S] = \text{J/K}$$

20.1 Warmtemotoren

Elk toestel dat warmte (gedeeltelijk) omzet in arbeid of kinetische energie is een warmtemotor. Warmtemotoren vormen een cyclisch proces, zodat $\Delta U = 0$.

$$\bullet Q = W = |Q_H| - |Q_C|$$

Warmte / arbeid geabsorbeerd / geleverd per cyclus

$$\bullet e = \frac{W}{Q_H} = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right|$$

Thermische efficiëntie van een motor

20.2 Ottocyclus

De ottocyclus is een ideaal model voor een benzinemotor.

$$\bullet e = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

Thermische efficiëntie, compressieratio r

$$\bullet e = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_C}$$

$$\bullet T_A V_1^{\gamma-1} = T_B V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D}{T_C}, \text{ met } r = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

20.3 Dieselcyclus

20.4 Koelsystemen

Koelsystemen kunnen worden beschouwd als een warmtemotor die omgekeerd werkt.

$$\bullet W = |Q_H| - |Q_C|$$

$$\bullet K = \left| \frac{Q_C}{W} \right| = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|}$$

Prestatiecoëfficiënt voor koeling

$$\bullet K = \left| \frac{Q_H}{W} \right| = \frac{|Q_H|}{|Q_H| - |Q_C|}$$

Prestatiecoëfficiënt voor hittepomp

De TWEEDE HOOFDWET VAN DE THERMODYNAMICA kent enkele equivalente definities:

1. Er is geen proces mogelijk met als enige resultaat de complete omzetting van warmte in arbeid. (KELVIN)
2. Er is geen proces mogelijk met als enige resultaat de overdracht van warmte van een kouder naar een warmer lichaam. (CLAUSIUS)

20.5 Carnotcyclus

Een carnotmotor is de meest efficiënte motor die voldoet aan de hoofdwetten. Een carnotcyclus bestaat uit vier reversibele processen:

1. Isotherme expansie
2. Adiabatische expansie
3. Isotherme compressie
4. Adiabatische compressie

- $\frac{T_C}{T_H} = \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right|$

Warmtetransfer in een carnotcyclus

- $e_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$

Efficiëntie van een carnotmotor

20.6 Carnot-koelsysteem

- $K_{\text{carnot}} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$

Prestatiecoëfficiënt voor koeling

- $K_{\text{carnot}} = \frac{|Q_H|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$

Prestatiecoëfficiënt voor hittepomp

20.7 Entropie

Entropie is een maat voor de wanorde van een systeem. Entropie is enkel afhankelijk van begin- en eindtoestand van een systeem.

- $\Delta S = \int_i^f \frac{1}{T} dQ$

Entropieverandering in een reversibel proces

- $\Delta S = 0$

Reversibel cyclisch proces

- $\Delta S = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_C|}{T_C} = 0$

Entropieverandering in een carnotcyclus

- $S = k_B \ln(\Omega)$

Entropie, $k_B = R/N_A$, Ω is het aantal microscopische toestanden die dezelfde macroscopische toestand verwezenlijken

21 Elektrische lading en elektrisch veld

$$[q] = C \quad [F] = N \quad [E] = N/C \quad [\lambda] = C/m \quad [\sigma] = C/m^2 \quad [\rho] = C/m^3 \quad [p] = C/m$$

- Lading q is een transfer van elektronen. Er geldt BEHOUD VAN LADING: de netto-lading van een geïsoleerd systeem is constant.

- $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

Constance van Coulomb

- $\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$

Permeabiliteit van het vacuüm, c lichtsnelheid

21.1 Wetten van Maxwell

- $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

- $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

- $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

- $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

21.2 Geleiders en isolatoren

Criterium voor onderscheid tussen geleiders en isolatoren: bewegingsvrijheid van ladingen.

GELEIDER

Ladingen kunnen vrij bewegen
Kan worden geladen zonder contact
(i.e. elektrostatische influentie)

ISOLATOR

Ladingen kunnen niet vrij bewegen
Kan worden geladen door wrijving
(lukt enkel voor goede isolatoren)

- Een glazen staaf wordt positief geladen
- Een plastic staaf wordt negatief geladen

- $F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

Wet van Coulomb (krachtwerking tussen twee puntladingen)

- $F = \sum_i F_i$

Superpositie bij krachtwerking

- $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

Grootte van de krachtwerking met krachtcomponenten in x , y en z

- $\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \hat{r}$

Elektrisch veld, testlading q_0 , eenheidsvector \hat{r}

- $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$

Grootte van het elektrisch veld

- $E = \sum_i E_i$

Superpositie bij het elektrisch veld

21.3 Veld van een continue ladingsverdeling

Beschouw een eindig aantal puntladingen q_i ($i = 1, \dots, n$). Het actieve veld is de vectorsom van de n velden opgewekt door alle q_i , met een macroscopisch continue ladingsverdeling. Integreer over de velden opgewekt door dQ :

- Eéndimensionaal: $dQ = \lambda \, dl$

Lineaire ladingsdichtheid λ

- Tweedimensionaal: $dQ = \sigma \, dA$

Oppervlakteladingsdichtheid σ

- Driedimensionaal: $dQ = \rho \, d\tau$

Ruimteladingsdichtheid ρ

21.4 Veldlijnen

Veldlijnen geven de richting en zin aan van de elektrische kracht die op een positieve lading in het veld inwerkt, en zijn georiënteerd van positief naar negatief.

21.5 Dipolen

- $p = 2aq$

Grootte dipoolmoment, $2a$ afstand tussen polen

- $\vec{p} = 2a \, Q \, \hat{r}_z = p \, \hat{r}_z$

Elektrisch dipoolmoment

- $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos(\theta)}{r^3}$

Elektrisch veld

- $E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin(\theta)}{r^3}$

- $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Koppel in homogeen elektrisch veld

- $W = pE \Delta\varphi$

Arbeid, $\varphi_2 < \varphi_1$

- $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \varphi$

Potentiële energie

22 De wet van Gauss

Met elektrische flux bedoelen we de veldlijnen door een punt, oppervlak of lichaam.

- $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E \cos(\varphi) \, dA$

Elektrische flux (tegenover Φ_B , magnetische flux), φ de hoek tussen de veldlijn(en) en de normaalvector

- $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \, dA \cos(\theta)$

A very small surface can be represented by a vector perpendicular to the surface and of magnitude equal to the surface

- $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \oint \rho \, d\tau$

Wet van Gauss

- $E = k \frac{q}{r^2}$

Puntlading in een sferisch oppervlak

Enkele eigenschappen van geladen geleiders in elektrostatisch evenwicht zijn

1. Binnen een geleider in het elektrisch veld nul.
2. Binnen het materiaal van een geleider zijn er geen ladingen; ladingen bevinden zich allemaal op het oppervlak.
3. Het elektrisch veld staat loodrecht op het oppervlak en heeft als grootte $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

23 Elektrische potentiaal

$$[U] = \text{J} \quad [V] = \text{V} \quad 1 \text{ V} = 1 \text{ N m/C} \quad 1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} \quad 1 \text{ E}_m = 3.0 \times 10^6 \text{ V/m}$$

- Elektrisch potentiaalverschil is minus de arbeid die het veld verricht om een positieve eenheids-lading van A naar B te brengen.
- De potentiaal in een punt P is minus de arbeid per eenheid van lading die het veld verricht om een testlading van oneindig naar P te brengen.

- $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$

Elektrische potentiële energie van twee puntladingen

- $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$

Elektrische potentiële energie van een puntlading voor meerdere andere puntladingen

- $\vec{F} = q\vec{E} = q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Behoud van kracht

- $V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

Elektrische potentiaal

- $V_P = \frac{U_P}{q} = - \int_{-\infty}^P \vec{E} d\vec{l}$

Elektrische potentiaal in een punt P

- $V_A - V_B = \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_B^A \vec{E} \cos(\varphi) d\vec{l}$

Elektrisch potentiaalverschil, of potentiaal van A t.o.v. B

- $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dQ}{r}$

Potentiaal bij uniforme ladingsverdeling

- $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

Veldsterkte

- $E_P = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$

Veldsterkte in punt P

- $dV = -\vec{E} d\vec{l}$

Infinitesimale potentiaal

- $V(r, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$

Potentiaal van een dipool

- $E_r = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^3}$

Elektrisch radiaal veld van een dipool, component r

- $E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin \theta}{r^3}$

Elektrisch radiaal veld van een dipool, component θ

- $W = pE \left(\cos(\theta_f - \theta_i) \right)$

Arbeid geleverd door het elektrisch veld op een dipool

- $\vec{U} = -\vec{p}\vec{E}$

Potentiële energie van een dipool

Nog enkele eigenschappen van geladen geleiders (naast die uit de vorige subsectie) in elektrostatisch evenwicht zijn

1. Een geleider is een equipotentiaaloppervlak.
2. De veldsterkte aan het oppervlak is omgekeerd evenredig met de plaatselijke kromtestraal. Indien er geen vrije ladingen in de holte van een holle geleider zijn, is de veldsterkte er gelijk aan nul.

Nog een korte en lelijke tabel met veld en potentiaal en met $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$:

0 dim: $\vec{E} = k \sum_i \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$	0 dim: $V_P = k \sum_i \frac{Q_i}{r_i}$
1 dim: $\vec{E} = k \int_L \frac{\lambda}{r^2} \hat{r} d\ell$	1 dim: $V_P = k \int_L \frac{\lambda}{r} d\ell$
2 dim: $\vec{E} = k \int_S \frac{\sigma}{r^2} \hat{r} dA$	2 dim: $V_P = k \int_S \frac{\sigma}{r} dA$
3 dim: $\vec{E} = k \int_\tau \frac{\rho}{r^2} \hat{r} d\tau$	3 dim: $V_P = k \int_\tau \frac{\rho}{r} d\tau$

24 Capaciteit en diëlektrica

$[C] = F = C^2/J \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Een condensator wordt gevormd door twee geleiders gescheiden door een isolator, het diëlektricum.

- $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_b - V_a}$

Capaciteit van een condensator

- $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

Capaciteit van een vlakke condensator, oppervlakte A , afstand d

- $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$

Capaciteit van een bolcondensator, straal kleine bol a , straal grote bol b

- $C = 2\pi\epsilon_0 \ell \frac{1}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

Capaciteit van een cilindercondensator, lengte ℓ

- $C_s^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} + \dots$

Capaciteit van een serieschakeling condensatoren

- $C_p = C_1 + C_2 + \dots$

Capaciteit van een parallelschakeling condensatoren

- $\Delta V = E\ell$

Potentiaalverschil bij een parallelplaat condensator, afstand ℓ

24.1 Opslag van elektrische energie

- $dW = V dq = \frac{q}{C} dq$

Infinitesimale arbeid

- $W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$

Arbeid

- $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2}$

Potentiële opgeslagen energie in een condensator

- $u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

Elektrische energiedichtheid in een vacuüm

24.2 Diëlektrica

- $E = \frac{E_0}{\kappa}$

Elektrisch veld van een condensator

- $\kappa = \frac{C}{C_0}$

Diëlektrische constante

- $E_{\text{ind}} = E_0 \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) = E_0 \left(1 - \frac{C_0}{C}\right)$

Geïnduceerd elektrisch veld

- $\sigma_{\text{ind}} = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) = \sigma \left(1 - \frac{C_0}{C}\right)$

Geïnduceerde oppervlaktedensiteit

- $\epsilon = \kappa\epsilon_0$

Permittiviteit

- $C = \kappa C_0 = \kappa\epsilon_0 \frac{a}{d} = \epsilon \frac{a}{d}$

Capaciteit van een vlakke condensator

- $u = \frac{1}{2}\kappa\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2$

Elektrische energiedensiteit

- $\kappa EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$

- $\oint \kappa \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q - Q_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$

Wet van Gauss

24.3 Rare vectoren

Beschouw \vec{P} , het dipoolmoment per eenheid van volume. Voor een condensator met diëlektricum geldt:

$$P = \frac{Q_{\text{ind}} \ell}{A \ell} = \sigma_{\text{ind}}$$

Voor een oppervlak dat Q_{ind} omsluit geldt:

$$\oint_A \vec{P} \cdot d\vec{A} = PA = Q_{\text{ind}}$$

Voor de verplaatsingsvector gaan we uit van:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q - Q_{\text{ind}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \oint_A \vec{P} \cdot d\vec{A}$$

wat kan worden uitgewerkt tot:

$$\oint_A (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{A} = Q$$

waarin $(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P})$ de verplaatsingsvector D is.

25 Stroom, weerstand en bronspanning

$$[I] = A = C/s \quad [\rho] = \Omega \cdot m \quad [J] = A/m^2 \quad [R] = \Omega \quad [\mathcal{E}] = V$$

Stroom beschouwen we als transport van ladingen. De positieve stroomzin is de zin waarin een positieve lading (zou) stromen.

- $I = \frac{dQ}{dt}$

Ogenblikkelijke stroomsterkte

- $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n |q| v_d A$

Stroomsterkte, aantal ladingen n , driftsnelheid v_d

- $J = \frac{I}{A} = nq v_d$

Stroomdensiteit

- $\vec{J} = nq \vec{v}_d$

- $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E}$

Conductiviteit, resistiviteit ρ

- $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Wet van Ohm in microscopische formulering

- $\vec{v}_d = \frac{\vec{J}}{nq} = \mu_e \vec{E}$

Driftsnelheid, elektronenmobiliteit μ_e

- $R = \frac{V}{I}$

Weerstand

- $R = \rho \frac{\ell}{A} = \frac{\ell}{\sigma A}$

Wet van Pouillet: weerstand van een dunne draad, lengte ℓ , doorsnede A

- $V = IR$

Wet van Ohm in macroscopische formulering

- $R(T) = R_0 (1 + \alpha (T - T_0))$

Temperatuursafhankelijkheid van weerstand, temperatuurscoëfficiënt α

25.1 Spanningsbron

Een spanningsbron is een apparaat waarin een bepaalde vorm van energie (chemische, mechanische, fotonische, ...) wordt omgezet in elektrische energie, waardoor tussen de polen van de bron een potentiaalverschil in stand gehouden wordt. In zo'n spanningsbron bewegen ladingsdragers tegen de richting van het veld in, zodat de potentiële energie toeneemt. De bronspanning is constant. In een keten treedt in de richting van de positieve stroomzin een spanningsval op over de weerstanden.

- $\mathcal{E} = V_{ab} = V_a - V_b = IR$

Ideale spanningsbron, \mathcal{E} is de *electromotive force*, of *emf*

- $\mathcal{E} = \frac{\Delta U_p}{|q|}$

Bronspanning

- $V_{ab} = \mathcal{E} - rI$

Klemspanning, inwendige weerstand r

- $V_a - V_b = IR$

Spanningsval

- $P = VI$

Elektrisch vermogen

26 Gelijkstroomnetwerken

- $R_s = R_1 + R_2 + \dots$

Weerstand in een serieschakeling

- $R_p^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + \dots$

Weerstand in een parallelschakeling

26.1 Wetten van Kirchhoff

Knooppuntenwet De algebraïsche som van de stromen van en naar een knooppunt is nul. (Behoud van lading)

Lussenwet De algebraïsche som van alle spanningen is gelijk aan nul in een lus van een netwerk. (Behoud van energie)

Equivalent daarmee is er volgende kernachtigere versie:

Current Law *For any point in a network, the flow in equals the flow out.*

Voltage Law *Around any circuit the total drop equals the total rise.*