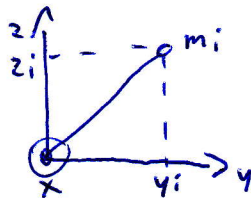


Jaka jest różnica między momentem bezwładności a tensorem bezwładności?
 Moment bezwładności charakteryzuje układ prostenny względem jednej osi, a tensor momentu bezwładności charakteryzuje układ prostenny względem dowolnej osi.

Interpretacja geometryczna dla diagonalnych.

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \text{ postać diagonalna}$$

$$I_{xx} = \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) = \sum_i m_i \underbrace{r_{ix}^2}_{\rightarrow r_{ix}^2 = y_i^2 + z_i^2}$$



$= I_{xx}$ to moment bezwładności ciała względem dowolnej osi X
 (podobnie z I_{yy} i I_{zz} - względem osi Y oraz Z)

3. Wybór diagonalnego tensora bezwładności

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \text{ postać diagonalna.}$$

4. Równanie Eulera (składowe, II prawo dynamiki w układzie nieinercyjnym)

$$\vec{L} = I \vec{\omega} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad \text{składowe: } \begin{pmatrix} I_x \omega_x + 0 \cdot \omega_y + 0 \cdot \omega_z \\ 0 \cdot \omega_x + I_y \omega_y + 0 \cdot \omega_z \\ 0 \cdot \omega_x + 0 \cdot \omega_y + I_z \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{pmatrix}$$

to drugie równanie dynamiki zapisane w układzie obracającym się, zapisano poprzez składowe.

składowe.

5. II równanie dynamiki w układzie inercyjnym / nieinercyjnym.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} = \vec{N} \quad \text{układ obracający się, nieinercyjny.}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \text{ruch postępowy, układ inercyjny.} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} + \vec{F}_B \quad \text{układ nieinercyjny}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \quad \text{układ inercyjny.}$$

6. Definicja siły zachowawczej

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p = -\nabla E_p$$

$$\downarrow \text{gradient} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z \right]$$

Gradient jest wektorem charakteryzującym zmienność pola w otoczeniu punktu - kierunku największego wzrostu funkcji. W składowej kartezjańskiej $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$

Siła zachowawcza jest skierowana przeciwnie do gradientu, bo powstaje z ~~wielkości~~ E_p do minimum.

7. Długość siły wektora zachowawczego.

Zachowana jest energia.

8. Przykłady sił zachowawczych

- grawitacja
- siła Coulomba.

9. Przykłady sił niezachowawczych:

- siła tarcia - tarcia
- siła tarcia ruchu postępowego
- siła tarcia aerodynamicznego.

10. Definicja liczby Reynoldsa:

$$Re = \frac{\text{ciężar właściwy do przyspieszenia jednostki objętości płyn do prędkości } v}{\text{ciężar właściwy do poboru siły oporu lepkości}}$$

$$\text{Wzór: } Re = \frac{\rho \cdot l \cdot v}{\eta}$$

ρ - gęstość cieczy
 l - linia przepływu ciekła w kierunku prostym do kierunku prędkości
 η - współczynnik lepkości płynów.

Jeżeli w dane ciecz płynię z różnymi prędkościami, to charakter ruchu tych cieczy będzie jednolity przy jednolitych wartościach liczby Re. Dla tych przepływów możemy podać nam porównanie ruchu ciekła w różnych warunkach i w różnych płynach.

$Re < 1160$ przepływ laminarny

$Re > 1160$ przepływ turbulentny.

11. Oscylator harmoniczny.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Wzrost oscylatora

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \text{ harmoniczny.}$$

k - współczynnik sprężystości

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ - częstotliwość kołowa}$$

dużo harmonicznych oscylatorów.

Ruch harmoniczny układu prężenia sprężyny $x_0 = 0$ występuje gdy wychylenie x będzie sinusoidalną funkcją czasu.

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

rozwiązanie. warunki początkowe

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(t_0) &= v_0 \text{ prędkość} \\ \vec{v}(t_0) &= v_0 \text{ prędkość} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

rozwiązanie sprężystości

$$x_0 = A \cos \varphi_0 \quad v_0 = -A \omega \sin \varphi_0$$

12. Wzór opisujący częstotliwość drgań własnych

13. Drgania zjawiskowe.

14. Logarytmiczny dekwrement tłumienia.

$$\ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = T\beta = \underbrace{\quad}_{\text{dekwrement}} \leftarrow \text{Logarytmiczny dekwrement amplitudy drgań.}$$

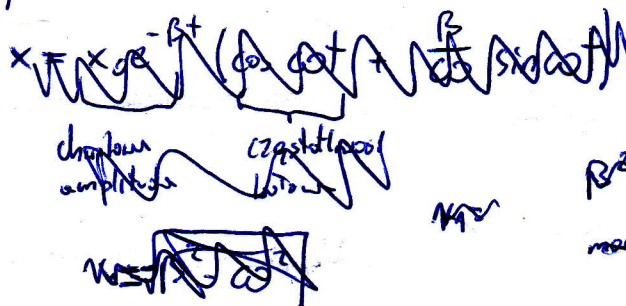
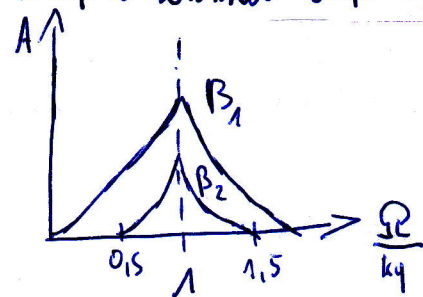
\uparrow
 okres drgań
 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

A - amplituda
 β - współczynnik tłumienia

Dekwrement tłumienia

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{\text{amplituda n drgań}}{\text{amplituda następnego}}$$

15. Wykres zależności amplitudy drgań.



$\beta^2 \propto \omega^2$ - siła tłumienia
masa

zależność amplitudy od

częstotliwości Ω przy symulacji $\beta_1 < \beta_2$

16. Analogie elektromechaniczne.

Równanie napięcia prądu o charakterze RLC jest takie samo co oscylator mechaniczny tłumiony.

$$2\beta = \frac{b}{m} \longleftrightarrow \beta = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \longleftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$L \longleftrightarrow m$$

$$R \longleftrightarrow b$$

$$\frac{1}{C} \longleftrightarrow k$$

17. Analiza widma dźwięku.

Dźwięk dany funkcją $\xi(t)$ o częstotliwości ω można przedstawić w postaci nieskończonej sumy nieskończonych sygnałów harmonicznych, zwaną szeregiem Fouriera.

$$\xi(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

Zbiór $\{C_n\}$ nazywamy widmem amplitud dźwięku.

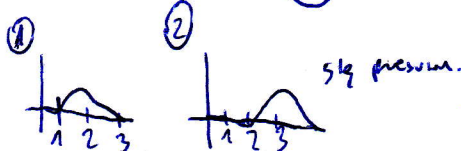
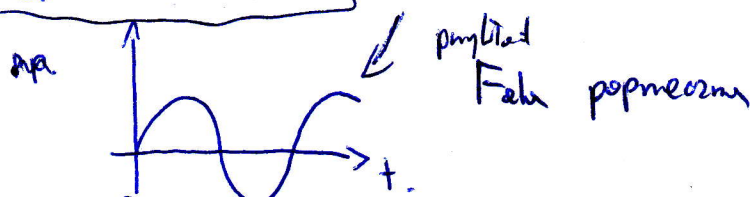
$\{\varphi_n\}$ widmem faz poszczególnych dźwięków

$\{n\omega_n\} = \{n\omega\}$ - widmem częstotliwości dźwięku.

18. Równanie ruchu fali (podłużnej i poprzecznej)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Opisuje ruch jednowymiarowej fali poprzecznej (drżenie w kierunku y) i rozchodzenie w kierunku x . Długość prostopadła do kierunku rozchodzenia.



Fala podłużna (na przykład dźwięk) - wektor \vec{y} jest skierowany do kierunku fali \vec{k} .

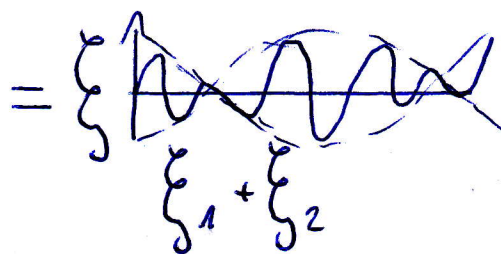
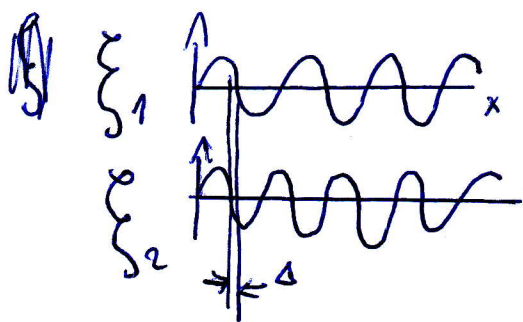
19. Prędkość fazy i grupowa.

Prędkość fazy - $v_f = \frac{\omega}{k} = \lambda v$ - opisuje prędkość rozchodzenia się fali. Wzrost od grupowej. Tu suma = szybkość w prędkości (np. zależność szybkości od długości fali).

Prędkość grupowa $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ - opisuje prędkość przenoszenia informacji/energii przez grupę fali.

20. Na czym polega dudnienie.

Harmoniczna zależność amplitudy.



Polega na nakładaniu się fali o identycznych częstotliwościach i fazy = modułowa fali.

21. Dyspersja fali:

- nie ma dyspersji

- dyspersja normalna (prędkość fazy większa od grupowej) np. światło.

- dyspersja anormalna (prędkość grupowa większa od fazy) gdy po zerowaniu prędkości dźwięku fali.

22. Ilzary na.

Sila Lorenza - sila oddziaływania na cząstkę obdarzoną ładunkiem elektrycznym, poruszającą się w polu elektromagnetycznym. Obraża siłę działania ze względu na pole elektryczne i magnetyczne.

$$F = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

q - ładunek \vec{E} - wektor natężenia pola elektrycznego
 \vec{v} - prędkość \vec{B} - wektor indukcji pola magnetycznego

Równania materiałowe:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}(\Delta T, \vec{E}, \vec{N})$$

ΔT - temperatura \vec{P} - elektryczny moment dipolowy
 \vec{E} - natężenie \vec{N} - naprężenie.

gdz $\vec{P}(\Delta T, \vec{E}) \Rightarrow$ piroelektryk - np. czujniki ruchu

$\vec{P}(\vec{E}, \vec{N}) \Rightarrow$ piezoelektryk - np. słuchawki mikrofon.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

\vec{H} - wektor natężenia prądu elektrycznego.
 μ_0 - przenikalność elektryczna próżni
 \vec{M} - magnetyczny moment dipolowy.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad [\vec{j}] = \frac{A}{m^2}$$

wektor gęstości pola elektrycznego prądu.

σ - elektryczna przewodność właściwa.

Równania Maxwella.

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{D} &= \rho \\ \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

Legenda

\vec{D} - wektor indukcji pola elektrycznego

$\rho = dQ/dV$ - gęstość obciążenia ładunkiem elektrycznym

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

ρ - ładunek elektryczny.
 V - objętość.

tzw. prawo Gaussa.

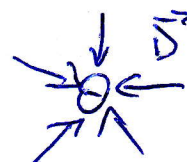
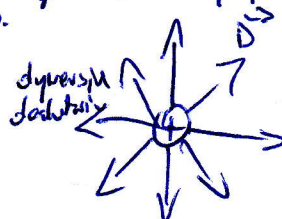
gęstość obciążenia ładunkiem elektrycznym

\vec{D} - wektor indukcji pola elektrycznego.

Źródłem pola elektrycznego są ładunki elektryczne. W tym przypadku, gdzie następuje zmiana w czasie indukcji pola magnetycznego.

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

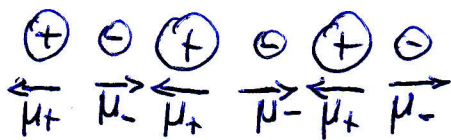
$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ - wektor indukcji pola magn. w czasie
 prawo indukcji Faradaya.



dywergencja wektora.

b) polaryzowalność jonowa. białe zewnętrzne pole

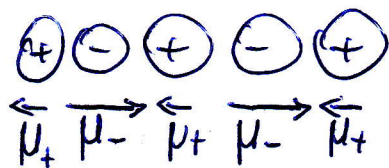
np. sól kuchenna NaCl



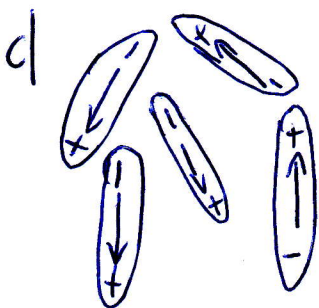
Wektory są równe.

Gdy natężenie pola elektrycznego = 0 to suma wypadkowa wektorów = 0.

gdy istnieje zewnętrzne pole powoduje przesunięcie.



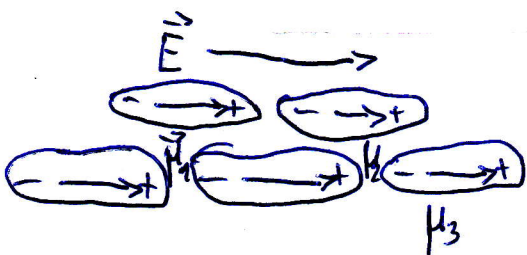
gdy $\vec{E} \neq 0$ to $\sum_i \vec{\mu} \neq 0$



brak pola \vec{E}

cząstki mogą wykonywać chaotyczne ruchy (ruchy Browna)

Zewnętrzne pole elektryczne.



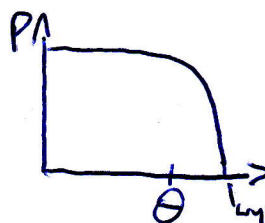
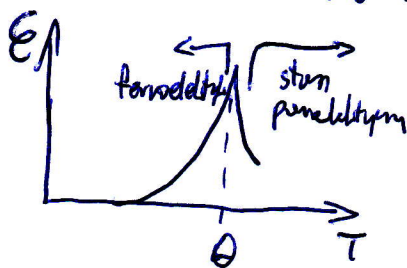
gdy $\vec{E} \neq 0$
to $\sum_i \vec{\mu} \neq 0$

Wskazywać się np. oddziaływanie dipoli między ze pomocą indukowanego pola.

27. Prawo Curie-Weissa.

$$\chi = \frac{C_C}{T - \Theta}$$

stała Curie-Weissa
temperatura Curie.



wypadkowy moment dipolowy = 0
trzeba wpisać Temperaturę wri temp. Curie.

28. Temperatura Curie

Temperatura powyżej której ferromagnetyki tracą swoje właściwości magnetyczne i stają się paramagnetykami.

29. Właściwości Ferromagnetyków i Ferroelektryków

30. Moment magnetyczny obrotu elektrycznego.