



מדור הבחינות

מינהל הסטודנטים

אוניברסיטת בר-אילן

1318432

מספר סידורי

מס' מח': 27

שנת: תשע"ג סמסטר: 2 מועד: 1 מטלה: 1

קורס: 05 236 88 חשבון אינפיניטסימלי 4



11.07.13 המחברת נבדקה ביום:

95

הציון:

חתימת המרצה:

מס' סידורי _____ מתוך _____ מחברות

הוראות לנבחן

1. הבחינה. תלמיד שעזב את האולם אחרי חלוקת השאלונים או לא מסר את מחברתו עד תום הבחינה או מסר מחברת ריקה - דינו כדין נכשל.
2. קריאת השאלון מותרת רק לאחר קבלת רשות המשיג/ה.
3. יש לכתוב את התשובות בדיו, בכתב ברור ונקי על עמוד אחד של כל דף. אין לכתוב בשוליים, הכותב טיוטה יקדיש לה את הצד הימני של המחברת ואת ההעתקה הנקיה יכתוב בצד השמאלי. את הטיטה יש למחוק בהעברת קו. אסור לתלוש דפים מן המחברת.
4. עבר הנבחן על תקנות הבחינות, תשלל ממנו הרשות להמשיך בבחינה, והוא יועמד לדין משמעתי.
5. משך זמן הבחינה מצויין בראש השאלון. עם הודעת המשיג/ה כי תם הזמן, על הנבחן להפסיק את הבחינה, למסור את המחברת עם השאלון ולצאת מאולם הבחינה. מחברת שלא נמסרה בתום ההודעה לא תיבדק.
6. אחזקת מכשיר טלפון סלולרי (אפילו סגור) ברשות הנבחן, מביאו מיידית לפסילת הבחינה.

27/3/13

1. עליך להבחן בחדר בו הנך רשום.
2. הנח ליד המשיג/ה בבחינה את חפצייך האישיים כגון: תיקים, ספרים, מחברות, מכשירים סלולריים, קלמרים וכו'.
3. אסור להחזיק בהישג יד תומר הקשור לבחינה/לקורס אלא אם הותר הדבר בכתב על ידי המרצה ורק בהתאם למותר.
4. מסור למשיג/ה על הבחינה תעודת זהות וכרטיס נבחן חתום ותקף לסמסטר בו מתקיימת הבחינה.
5. היציאה לשירותים במהלך הבחינה אסורה בהחלט. נשים בהריון ונבחנים באישור מתאים רשאים לבקש מהמשיג/ה לצאת. היציאה בליווי המשיג/ה ובהתאם לנוהלי האוניברסיטה.
6. נבחן היוצא ללא רשות מחברתו תפסל ותועבר לוועדת משמעת.
7. יש להישמע להוראות המשיג/ה. אין לעזוב את חדר הבחינה ללא קבלת רשות. חל איסור מוחלט לפנות לנבחנים אחרים בכל עניין ודבר. בכל עניין פנה למשיג/ה.
8. בתחילת הבחינה מלא את פרטיך האישיים ע"ג המחברת. תלמיד שקיבל לידיו שאלון ואין ברצונו להיבחן, חייב להמתין 1/2 שעה בכיתה מתחילת

שנה"ל 5'60 סמסטר 2 מועד 2

מס' קורס 88-236-05

מחלקה מתמטיקה תאריך 27.13

המרצה פרופ' אריאל ארנון

מבחן חלק (אם הבחינה בשני חלקים)

הוראות לנבחן בנושא סריקה:

אין לכתוב במחברת בעפרון. יש לכתוב בעט בצבע כחול כהה או שחור בלבד. אין להשתמש בנוזל מחיקה (טיפקס). אין לכתוב בשוליים משני צידי הדף. מחברת בכתב מרושל משפיעה על תוצאות הסריקה.

שם לב! השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט

1. 16

2. 21

3. 20

4. 21

5. 17

95

1. א. הקדמה M_a היא ירידה ~~היא~~ של הסקולר a

מערכת המשוואות:

$$J = \begin{pmatrix} 4x & 3y^2 - 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

כמו כן אם $\det J \neq 0$, $\text{rank } J = 2$

אם $\text{rank } J = 0$ - $\text{rank } J = 0$ שכן המשוואה $4x^2 - 3y^2 = 1$ אינה שווה לאפס.

כמו כן נסתכל על המערכת $\text{rank } J = 1$, כאשר שתי

המשוואות שהערכות הן:

$$4x = 1, 3y^2 = 3, 1 = 1$$

$$\Rightarrow 4x = 1, 3y^2 = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{4}, y = \pm 1.$$

אם ניקח ערכים כ:

$$\frac{1}{8} \pm 1 + \epsilon = 1, \frac{1}{4} \pm 3 + \epsilon = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \pm 2 = a - 1 \Rightarrow a = 3\frac{1}{8}, a = -\frac{7}{8}.$$

עבור ערכי a האלו נקבל $\text{rank } J = 1$ ונקבל:

משוואות הקדמה * שכן אם ייתכן M_a ירידה מערכת a * $(\frac{1}{4}, \pm 1, \epsilon)$

עבור שאר הערכים $\text{rank } J = 2$ ^{אם} $\text{rank } J = 2$ נמצא הסקולר a ונבדוק אם הוא ירידה.

שכן הערכים a שהיווים הקדמה M_a היא ירידה מערכת a

ה- a הם $a = 3\frac{1}{8}, -\frac{7}{8}$

2. עבור $a = 2$ נגד ירידה $(2, 3\frac{1}{8}, -\frac{7}{8})$ נבדוק נק' מערכת

הם מחדש משק סקולר שהקדמה a ונבדוק אם היא ירידה.

המשק a את הסקולר a ונבדוק אם היא ירידה.

$$J(1, 1, -2) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} ?$$

? D_1 ו- D_2 קבועים הם שהמשוואות שהקדמה

$$(1, 1, -2) \quad D_1 = 4x + 3y + z = 0, D_2 = x + 3y + z = 0$$

הערות המרצה

$$T_{(1, 1, -2)}(M_2) = \begin{cases} D_1 = D_2 = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

נמצא את נקודת ההשקה המשוארת (נקודת):

$$D_1 = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 5, \quad D_2 = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 2$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + z = 5, \quad x + 3y + z = 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow 3y + z = 1$$

וסכך, הנעדרת הנמצא יהיה קטובת שתיונו הנמצאת:

$$\boxed{x=1, \quad 3y+z=1}$$

נ(2) נחשב את $d\omega$

$$\omega = (xy^2)dx + (y^2z^2)dy + xdz \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} d\omega &= x^2 dy \wedge dx + xy^2 dz \wedge dx + 2y^2 z dz \wedge dy + dx \wedge dz = \\ &= -2y^2 z dy \wedge dz + (xy^2 - 1) dz \wedge dx - x^2 dx \wedge dy \end{aligned}$$

$$(d\omega) \wedge \eta = (-2y^2 z dy \wedge dz + (xy^2 - 1) dz \wedge dx - x^2 dx \wedge dy) \wedge$$

$$(x^2 dx + y^2 dy) = -2y^2 z dy \wedge dz \wedge dx - x^2 y^2 dx \wedge dy \wedge dz =$$

$$= -x^2 y^2 dx \wedge dy \wedge dz - 2y^2 z^2 dx \wedge dy \wedge dz =$$

$$= \boxed{(-x^2 y^2 - 2y^2 z^2) dx \wedge dy \wedge dz}$$

נ(3) נחשב את pull-back של ω אל \mathbb{R}^2

נמצא את $dy \wedge dx$ ו- $dz \wedge dy$

$$dy \wedge dx = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \cdot 1 - (-1)(-1) = -1$$

$$dz \wedge dy = \begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 2(-1) - 0 \cdot 3 = -2$$

$$\Rightarrow \omega(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = -1 - 2 = \boxed{-3}$$

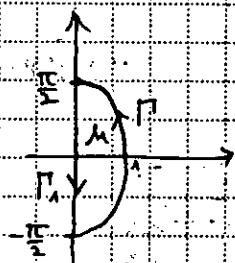
הערות המרצה

③ הנסתר צנו היא חצי אינסוף בכיוון השלילי של ציר x
(הנסתר 1 ו-4), פה נותן פס אנטי סימטרי, כלומר

הקוים של הנסתר 4 נמצאים על (שם את הנסתר)

הנסתר על הנסתר $x=0$ ו- $y=-\frac{\pi}{2}$ על $\frac{\pi}{2}$

הנסתר (נסתר, את הנסתר הנסתר)



עם הנסתר זהו פתרון יחיד

$$\int_{\pi+\pi_1} (y+\sin x^3) dx + (3x+\cos y) dy =$$

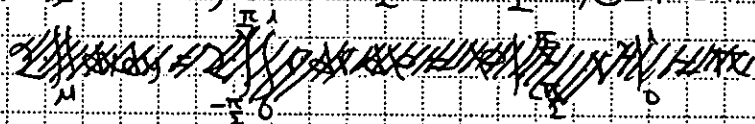
$$= \iint_M \left(\frac{\partial}{\partial x} (3x+\cos y) - \frac{\partial}{\partial y} (y+\sin x^3) \right) dx dy =$$

$$= \iint_M (3-1) dx dy = 2 \iint_M dx dy$$

פונקציה זו $\iint_M dx dy$ זה שטח חצי האינסוף, כלומר
 $\frac{1}{2} \pi \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2}{4}$ ונשתמש בזה כדי לחשב את הנסתר

נניח את הנסתר בצורה (קוטבית) $x = r \cos \varphi$, $y = \frac{\pi}{2} \sin \varphi$

והנחיות $0 \leq r \leq 1$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ פונקציה זו



כי הפונקציה של הנסתר הנסתר

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi \\ \frac{\pi}{2} \sin \varphi & \frac{\pi}{2} r \cos \varphi \end{vmatrix} = \frac{\pi}{2} (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \iint_M dx dy = \iint J \cdot dr d\varphi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 \frac{\pi}{2} r dr d\varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \varphi \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi^2}{4}$$

(הפונקציה הנסתר)

כאשר נותן עתה את: $\int_{\Gamma_1} (y + \sin(x^3))dx + (x + \cos y)dy$

אנו יודעים כי לא יהיה פוטנציאל: Γ_1 : $x=0, dx=0$, וזה נובע מ:

y יתכן $\frac{\pi}{2} - \pi$ (התחלה) $-\frac{\pi}{2} - 0$ (סוף):

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \cos y dy = \sin y \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} = \sin(-\frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{\pi}{2}) = -1 - 1 = -2$$

$$\int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \omega = \int_{\Gamma_1} \omega + \int_{\Gamma_2} \omega \Rightarrow$$

$\frac{\pi^2}{2}$

אנו יודעים כי:

$$\int_{\Gamma} \omega = \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \omega - \int_{\Gamma_1} \omega = \frac{\pi^2}{2} - (-2) = \boxed{\frac{\pi^2}{2} + 2}$$

2610

[illegible]

החברות המצטרפות: חברת המלטות

~~$(x^2 + y^2 + z^2 = 1)$ is a circle~~

~~የረዕይ ገጽ 11~~ መጋቢት ፳፻፲፱ ዓ.ም. ~~የረዕይ ገጽ 11~~

מחיר, מועד, ~~מיקום~~ / מספר, אזור, תא

הערה: המסמך נכתב על ידי המנהל הכללי / המנהל הכללי / המנהל הכללי

שני המרחבים, יהיו $\varepsilon = \frac{1}{2} - 1/\varepsilon = 0$ וסגור.

$\Gamma^1 = (x, 0, 0)$ & (y, z) are fixed x , y , z are arbitrary.

$(0, 0, 1)$

$$\iiint \operatorname{div} \vec{F} \cdot dV = \iint \vec{F} \cdot \hat{n} \, dS \quad \text{Divergenz Thm.}$$
$$\text{Vol}(V) = \iiint_V dV = \iiint_{\tilde{V}} \alpha_{\tilde{V}} \wedge \alpha_{\tilde{V}} \wedge \alpha_{\tilde{V}} \quad \text{p.d.} \quad \text{div} \vec{F} = \frac{\partial x}{\partial x} + 0 + 0 = 1$$

אנו יודעים כי המסלול ~~הוא~~ (x, y, z) - (הוא מנותק)

שכן במרחק ϵ ריבוע הסהר $\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$

$$\text{Vol}(V) = \int_{\mathbb{R}^2} x^2 dy dx = \dots$$

12/20/2019 / 12/20/2019

$$\psi(\theta) = (\sin\theta \cos\theta, \sin\theta \sin\theta, \cos\theta) \quad \text{نقاط روی دایره}$$
$$(0 \leq \cos \theta \leq \frac{\sqrt{2}}{2}) \quad \text{or} \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad 2\pi \leq \varphi \leq 4\pi)$$

$\frac{3}{2}$ pull-back \rightarrow reflexive dyadic re denj

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dr}{d\theta} \sin \theta + r \cos \theta}{\frac{dr}{d\theta} \cos \theta - r \sin \theta} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-\sin \theta \cos \theta - \cos \theta \sin \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{-2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$$
$$= + \sin^2 \theta \cos \theta d\theta d\phi$$
$$\Rightarrow \text{Vol}(V) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \varphi \cos^2 \varphi (1 + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi) d\varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi d\varphi + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^3 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi d\varphi =$$

הערות המרצה:

2011C

$$= - \int_0^{\pi/3} \sin^4 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos^3 \phi d\phi =$$

$$= - \int_0^{\pi/3} \left(\frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \right)^2 d\theta \int_0^{2\pi} (1 - \sin^2 \phi) \cos \phi d\phi =$$

$$= - \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4} (1 - 2\cos(2\theta) + \cos^2(2\theta)) d\theta \int_0^{2\pi} (\cos \phi - \sin^2 \phi \cos \phi) d\phi =$$

$$= - \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4} (1 - 2\cos(2\theta) + \frac{1 + \cos(4\theta)}{2}) d\theta \int_0^{2\pi} [\sin \phi - \sin^3 \phi] d\phi =$$

$$= + \frac{\pi}{3} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2\phi)}{2} d\phi =$$

$$= + \frac{\pi}{3} \int_0^{\pi/2} (\sin \theta - \cos^2 \theta \sin \theta) d\theta \cdot \frac{1}{2} \left[\phi + \frac{1}{2} \cos(2\phi) \right]_0^{2\pi} =$$

$$= + \frac{\pi}{3} \left[-\cos \theta + \frac{1}{3} \cos^3 \theta \right]_0^{\pi/2} = + \frac{\pi}{3} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right] =$$

$$= \frac{\pi}{3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 \right] = \frac{\pi}{3} \left[1 + \frac{1}{2} \right] = \frac{5\pi}{6}$$

පිටත දී ඇති ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. (2011C) ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

$$\frac{2}{3} \pi \cdot 1^3 - \frac{2}{3} \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3$$

$$= \frac{\pi}{3} \left[-\cos \theta + \frac{1}{3} \cos^3 \theta \right]_{\pi/3}^{\pi/2} = \frac{\pi}{3} \left[-0 + 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{24} \right] = \frac{11\pi}{24}$$

9

ב) השקדים א: הוא סבב חורף החל מהאונה סגור ונולד והמסמס

[illegible]

ලබන ලද පළ $\operatorname{div} \vec{F} = 1$ & $\vec{F} = (x, y, z)$ ඉලෙක්ට්‍රික්

$$\text{Vol}(v) = \iiint_V \text{div} \vec{F} \cdot dv = \iint_{\partial V} \vec{F} \cdot (\hat{n} dS) \quad \text{: OK}$$

~~Handwritten scribbles and markings.~~

$$Vd(v) = \iint_{\partial v} (x, 0, 0) \cdot \hat{n} ds$$

* $U(\vec{\theta}) = (\cos \theta_x, \cos \theta_y, \sin \theta_z)$: נכנסים לזרימה

pull-back $\sigma^* \omega = \omega$ on $\mathbb{C}P^1$

$$\hat{n} dS = \psi_0 \times \psi_p = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ *
 $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ($0 \leq \cos \theta \leq \frac{1}{2}$)

$$= (\sin^2\theta \cos\phi)^1 \hat{i} + (-\sin^2\theta \sin\phi)^1 \hat{j} + (\cos\theta \sin\phi \cos^2\phi + \cos\theta \sin\phi \sin^2\phi)^1 \hat{k}$$

~~$$\text{Vol}(V) = \int_{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \, d\theta \, d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta \cos^2 \varphi \, d\theta \, d\varphi =$$~~

~~$$= \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2\varphi)}{2} d\varphi \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2\theta) \sin\theta d\theta =$$~~

~~$$= \frac{1}{2} \left(r \frac{1}{2} \sin(2\theta) \right) \Big|_0^{2\pi} \cdot \int_0^{\pi/2} \sin\theta - \cos\theta \sin\theta d\theta =$$~~

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot [-\cos\theta + \frac{1}{3}\cos 3\theta] \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} = \pi \cdot [-0 + 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}] = \frac{11\pi}{24}$$

$\psi(\theta, \varphi) = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$: נקודות על כדור יחידני
 $(0 \leq \cos\theta \leq \frac{1}{2} \text{ (כלומר } \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$, $-1 \leq \cos\varphi \leq 1$

pull-back על המישור $\hat{n}ds$ מהכדור

$$\hat{n}ds = \underbrace{(\psi_\theta d\theta) \times (\psi_\varphi d\varphi)}_{\text{pull-back}} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\theta\sin\varphi & \sin\theta\cos\varphi & 0 \end{vmatrix} d\theta d\varphi =$$

$$= \sin^2\theta\cos\varphi \hat{i} - \sin^2\theta\sin\varphi \hat{j} + \cos\theta\sin\theta \hat{k}$$

$$Vol(V) = \iint x \cdot \sin^2\theta\cos\varphi d\theta d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin^3\theta \cos^2\varphi d\theta d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2\varphi)}{2} d\varphi \cdot \int_{\pi/3}^{\pi/2} (1 - \cos^2\theta) \sin\theta d\theta =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \int_{\pi/3}^{\pi/2} (\sin\theta - \cos^2\theta \sin\theta) d\theta = \pi \cdot \left[\cos\theta + \frac{1}{3} \cos^3\theta \right]_{\pi/3}^{\pi/2} =$$

$$= \pi \cdot \left[-0 + 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} \right] = \boxed{\frac{11\pi}{24}}$$

5

$$\Gamma = \partial\{3x+y+3z=3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\} = \partial\mathcal{H}$$

$$\omega = (x^2 + 2y)dx + (y + z)dy + (e^z + x^2)dz \Rightarrow$$

$$dw = 2dy \wedge dx + dz \wedge dy + 2x \wedge dx \wedge dz = -dy \wedge dz - 2x \wedge dx \wedge dz - 2dx \wedge dy$$

$$\int_{\Gamma} \omega = \int_{\mu} d\omega$$

ד'תשס"ח כ"ח שבט

• μ ከሮይስ ገንዘብ ርዕሰ

$(\psi, \phi) \sim (\psi, \phi)$ $\psi(\phi) = (\psi, \phi)$

$$V \leq 1, U \leq 1 - V \quad \text{po } 3 - 3U - 3V \geq 0 \quad \text{p1 } U, V \geq 0 \quad \text{p2}$$

dyde, dede, dide -> ~~schub~~ pull-back -> enre,

$$dydz = \left| \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} \right| = \left| \begin{matrix} -3 & -3 \\ 3 & 0 \end{matrix} \right| = +9 du dv$$

$$f(x)dx = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{array} \right| du dv = \left| \begin{array}{cc} 0 & 3 \\ 3 & \frac{\partial y}{\partial v} \end{array} \right| du dv$$

$$dx dy = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} du dv = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} du dv = 9 du dv$$

$$\Rightarrow \oint \omega = \iint_{\Sigma} -9 \, du \, dv - 2 \cdot 3v \cdot 9 \, du \, dv - 2 \cdot 9 \, du \, dv =$$

$$\int_0^1 \int_0^v (3+2v) du dv = \int_0^1 -9(3+2v)(1-v) dv =$$

$$= \int_{-1}^{27} (2x^2 - x - 1) dx = \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x \right]_{-1}^{27} = \frac{2}{3}(27)^3 - \frac{1}{2}(27)^2 - 27 - \left(\frac{2}{3}(-1)^3 - \frac{1}{2}(-1)^2 - (-1) \right)$$

9 $\Rightarrow \int \omega = \left[18v^3 - \frac{27v^2}{2} - v \right]_0^{29} = 18 - \frac{27}{2} - 1 = 3\frac{1}{2}$

