Wydział **WFiIS**	Imię i nazwisko 1. Wojtek Niedźwiedź 2. Mateusz Milejski		Rok 2	Grupa 2, 3	Zespół 5
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat: **Wahadło fizyczne.**				Nr ćwiczenia 1
Data wykonania 16.10.2012	Data oddania 23.10.2012	Zwrot do popr. 20.11.2012	Data oddania 27.11.2012	Data zaliczenia	OCENA

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie momentu bezwładności brył sztywnych poprzez pomiar okresu drgań wahadła, oraz porównać je z wartościami uzyskanymi ze wzorów geometrycznych.

2. Wstęp teoretyczny.

Wahadło fizyczne jest to ciało wykonujące ruch obrotowy względem osi nie przechodzącej przez środek ciężkości tego ciała. Dla małych wychyleń prawdziwy jest wzór:

1) $I=\frac{T^2 \cdot m \cdot d \cdot g}{4 \cdot \pi^2}$

T – okres wahadła,
g – przyspieszenie ziemskie,
I – moment bezwładności bryły względem osi obrotu,
m – masa bryły,
d – odległość od punktu zawieszenia do środka ciężkości bryły.

Zgodnie z twierdzeniem Steinera:

2) $I_o = I - md^2$

I_o – moment bezwładności względem środka ciężkości równoległy do osi I,
d – odległość między osiami I_o a I.

Otrzymaną z tych wzorów wartość momentu bezwładności Io, możemy porównać z wartościami wyliczonymi ze wzorów geometrycznych.

Dla pręta:

3) $I=\frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$

I - moment bezwładności względem środka ciężkości,
m – masa pręta,
l – długość pręta.

Dla pierścienia

4) $I=\frac{1}{8} \cdot m\left(d^2+D^2\right)$

I – moment bezwładności względem środka ciężkości,
m – masa pierścienia,
d – średnica koła małego (rys. 2.),
D – średnica koła dużego (rys. 2.).

3. Układ pomiarowy.

Pomiar odbył się w pracowni fizycznej przy użyciu sprzętu udostępnionego przez prowadzących. Wykorzystano statyw, na którym zawieszono bryłę, wystarczająco ciężki, by pojedyncza osoba miała problem z jego przesunięciem. Bryły, które badano to pręt oraz pierścień. Pomiary długości i grubości wykonywano przy pomocy linijki i suwmiarki o takiej samej działce elementarnej wynoszącej 1mm. Pomiary czasu wykonywano przy pomocy stopera o rozdzielczości 0.01s. Masę mierzono przy użyciu wagi cyfrowej dostępnej w pracowni. Była ona źle skalibrowana: nieobciążona wskazywała masę ujemną wynoszącą -1g, co uwzględniono w obliczeniach.

4. Wyniki pomiarów i ich opracowanie.

Zaczęto od zmierzenia wymiarów pręta (oznaczenia zgodne z rys. 1):

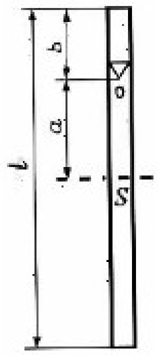
l = 76cm

a = 11cm

b = 27cm

Długości te mierzono jedną linijką (nie suwmiarką) o działce elementarnej 1mm. Szacowana niepewność standardowa typu B dla tych pomiarów:

$u_B(x)=0.1\text{cm}$



Rys. 1 Pręt

Następnie zmierzono masę pręta:

$m_l=665\text{g}$

Po uwzględnieniu kalibracji wagi:

$m_l=664\text{g}$

Niepewność standardowa typu B jest równa działce elementarnej wagi i wynosi:

$u_B(m)=1\text{g}$

Zarówno wymiary jak i masę pierścienia mierzono tymi samymi przyrządami i w ten sam sposób, można więc przyjąć, że niepewności pomiarowe są sobie równe.

Wymiary pierścienia (oznaczenia zgodne z rys. 2):

d = 26.4cm

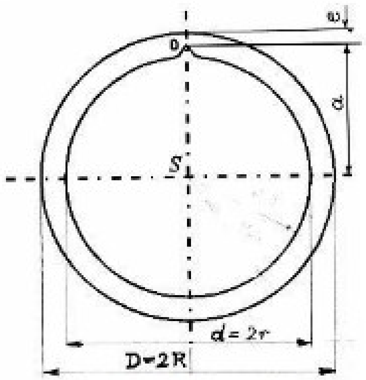
D = 29cm

e = 0.4cm

a = 12.8cm

Niepewność standardowa typu B:

$u_B(x)=0.1\text{cm}$



Rys. 2 Pierścień

Następnie zmierzono masę pierścienia:

$m_p=1367\text{g}$

Po uwzględnieniu kalibracji wagi:

$m_p=1366\text{g}$

Niepewność standardowa typu B:

$u_B(m)=1\text{g}$

Na obu rysunkach jako S oznaczono środek ciężkości bryły, natomiast jako o oś obrotu bryły (prostopadle do płaszczyzny rzutu).

Następnie przeprowadzono pomiar okresów wahadeł. Zaczęto od pręta i dziesięć razy zmierzono stoperem 50 okresów (Tab. 1.). Przy kilku pomiarach zauważono błąd w liczbie zmierzonych okresów *k*, co uwzględnia tabela (oryginalne wartości umieszczono w nawiasach dla porównania). Przy drugim pomiarze popełniono błąd gruby, który nie będzie brany pod uwagę w obliczeniach, zamiast tego przeprowadzono jedenasty, dodatkowy pomiar. Przy piątym pomiarze wahadło prawie stanęło w miejscu, dlatego też tego wyniku nie brano pod uwagę.

Tab. 1. - okres wahań pręta

nr	t_i [s]	k	T_i [s] = t_i/k	uwagi
1	67,68	51 (50)	1,33 (1,35)	prawdopodobnie zmierzono 51 okresów
2	61,69	50	1,23	błąd gruby
3	66,84	50	1,34	
4	66,22	50	1,32	
5	65,12	50	1,3	wahadło prawie stanęło w miejscu
6	66,5	50	1,33	
7	65,72	50	1,31	
8	66,62	50	1,33	
9	67,53	51 (50)	1,32 (1,35)	prawdopodobnie zmierzono 51 okresów
10	66,59	50	1,33	
11	66,31	50	1,33	

Wartość średnia: T_l = 1.33s.
Niepewność standardowa typu A: $u_A(T_l) = 0{,}0022\,s$

Pomiar okresów pierścienia przeszedł o wiele sprawniej niż w przypadku pręta: wyniki są o wiele bardziej spójne, co jest widoczne w wyliczonej niepewności. Do tego zamiast pięćdziesięciu okresów mierzono czterdzieści.

Tab. 2. - okres wahań pierścienia

nr	t_i[s]	k	T_i [s] = t_i/k
1	41,41	40	1,04
2	41,41	40	1,04
3	41,35	40	1,03
4	41,38	40	1,03
5	41,4	40	1,04
6	41,37	40	1,03
7	41,34	40	1,03
8	41,43	40	1,04
9	41,5	40	1,04
10	41,47	40	1,04

Wartość średnia: T_p = 1.04*s*
Niepewność standardowa typu A: $u_A(T_p)=0{,}0004\,s$

Ze wzoru 1. łatwo jest wyliczyć bezwładność dowolnej bryły. Trzeba jednak także pamiętać o prawie przenoszenia niepewności pomiarowej. Stała przyśpieszenia ziemskiego została odczytana z tablic fizycznych, a niepewność $u_B(g)$ jest pomijalnie mała.

Dla pręta:

$I_{lo}=0{,}03206\,kg\cdot m^2$

$u_c(I_{lo})=0{,}0003\,kg\cdot m^2$

Dla pierścienia:

$I_{po}=0{,}04661\,kg\cdot m^2$

$u_c(I_{po})=0{,}00037\,kg\cdot m^2$

Niepewności dla pręta oraz dla pierścienia (od lewej składowa okresu, masy, odległość *d)*:

$$u_c(I_{lo})=\sqrt{(0{,}00005)^2+(0{,}00005)^2+(0{,}00029)^2}\,kg\cdot m^2$$

$$u_c(I_{po})=\sqrt{(0{,}00002)^2+(0{,}00003)^2+(0{,}00036)^2}\,kg\cdot m^2$$

Łatwo zauważyć, że największy wpływ na niepewność w obu przypadkach ma pomiar odległości *d*.

Następnie korzystając z twierdzenia Steinera (wzór 2) obliczono momenty bezwładności względem os przechodzącej przez środek ciężkości i równoległej do osi obrotu:

Dla pręta:

$I_{l1}=0{,}02401\,kg\cdot m^2\,2$

$u_c(I_{l1})=0{,}00033\,kg\cdot m^2$

Dla pierścienia:

$I_{p1}=0{,}02423\,kg\cdot m^2$

$u_c(I_{p1})=0{,}00051\,kg\cdot m^2$

Tutaj nadal największy wpływ na niepewność złożoną ma pomiar odległości *d* (zarówno jako składowa I_o jak i jako składowa *d*).

Moment bezwładności I_s tych brył można także wyliczyć ze wzorów geometrycznych.

Dla pręta (wzór 3):

$I_{l2}=0{,}03201\,kg\cdot m^2$

$u(I_{l2})=0{,}00058\,kg\cdot m^2$

Dla pierścienia (wzór 4):

$I_{p2}=0{,}02635\,kg\cdot m^2$

$u(I_{p2})=0{,}00014\,kg\cdot m^2$

Sprawdzono także czy wyniki pomiarów są zgodne w granicach niepewności rozszerzonej.

Dla pręta:

$U(I_{l1}-I_{l2})=0{,}00134\,kg\cdot m^2$

$|I_{l1}-I_{l2}|=0{,}008\,kg\cdot m^2$

Dla pierścienia:

$U(I_{p1}-I_{p2})=0{,}00105\,kg\cdot m^2$

$|I_{l1}-I_{l2}|=0{,}00212\,kg\cdot m^2$

Wyniki nie są zgodne w granicach niepewności rozszerzonej.

5. Podsumowanie.

Dla pierścienia wzory geometryczne dają wynik o rząd wielkości dokładniejszy od twierdzenia Steinera i wahadła fizycznego. W przypadku pręta różnica jest zdecydowanie mniejsza – niepewności te są tego samego rzędu. Wyniki nie są zgodne w granicach niepewności rozszerzonej – dla pierścienia różnica pomiędzy wynikami jest dwukrotnie większa od niepewności rozszerzonej, dla pręta różnica jest sześciokrotnie większa.