

Exercices corrigés : équations & inéquations

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

a) $\frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 1} = 2$

b) $\frac{x + 3}{x - 1} = \frac{2x - 3}{x - 2}$

c) $(-6x^2 - x + 1)(-2x^2 + 7x - 3) < 0$

d) $4x - 11 + \frac{15}{x + 2} \leq 0$

Corrigés en page 2

Corrigé équations inéquations

a) $\frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 1} = 2$

- valeur interdite : $2x - 1 = 0$ ssi $x = \frac{1}{2}$

- pour $x \neq \frac{1}{2}$, l'équation équivaut successivement à :

$$2x^2 - 3x + 1 = 2(2x - 1) \quad (\text{produits en croix})$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$\Delta = 25$ donc deux racines $x = 3$ ou $x = \frac{1}{2}$. Or $x = \frac{1}{2}$ est une VI ! D'où $S = \{3\}$

b) $\frac{x+3}{x-1} = \frac{2x-3}{x-2}$

- valeurs interdites : $x - 1 = 0$ ssi $x = 1$ et $x - 2 = 0$ ssi $x = 2$

- pour $x \neq 1$, et $x \neq 2$, l'équation équivaut successivement à :

$$(x+3)(x-2) = (x-1)(2x-3) \quad (\text{produits en croix})$$

$$-x^2 + 6x - 9 = 0$$

$\Delta = 0$ Donc une racine double $x = 3$. D'où $S = \{3\}$

c) $(-6x^2 - x + 1)(-2x^2 + 7x - 3) < 0$

- on calcule les racines

* $-6x^2 - x + 1 = 0$ ssi $x = \frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{1}{2}$

* $-2x^2 + 7x - 3 = 0$ ssi $x = 3$ ou $x = \frac{1}{2}$

- Tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$-6x^2 - x + 1$		0	0			
	-		+		-	-
$-2x^2 + 7x - 3$				0	0	
	-	-	-		+	-
produit		+	0	+	0	+
		+	0	-	0	+

d) $4x - 11 + \frac{15}{x+2} \leq 0$

- pour $x \neq -2$, l'inéquation équivaut successivement à :

$$\frac{(4x-11)(x+2)}{x+2} + \frac{15}{x+2} \leq 0$$

$$\frac{4x^2 - 3x - 7}{x+2} \leq 0$$

- on calcule les racines

* $4x^2 - 3x - 7 = 0$ ssi $x = -1$ ou $x = \frac{7}{4}$

* $x + 2 = 0$ ssi $x = -2$ VI

- Tableau de signes

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{7}{4}$	$+\infty$		
$4x^2-3x-7$	+		0		+		
$x+2$	-	0		+		+	
quotient	-		+	0	-	0	+

D'où $S =]-\infty; -2[\cup \left[-1; \frac{7}{4}\right]$