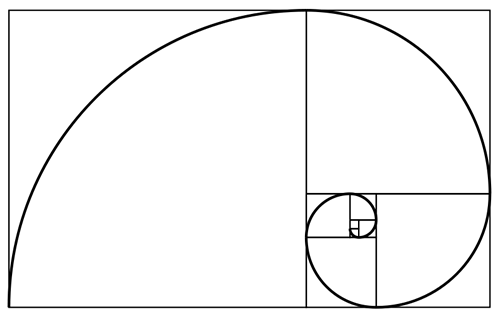
**Naam: Van Eeckhoudt Voornaam: Brecht**

**Technisch Instituut Don Bosco Halle Klas: 6TIW**

**Leerkracht: M. Amijs T.**

**Onderzoeksopdracht 1:**

**De gulden snede**



INHOUDSOPGAVE

[INHOUDSOPGAVE 3](#_Toc371163162)

[1 Verslag en bespreking eerste onderzoeksopdracht 5](#_Toc371163163)

[1.1 Opdracht 1 5](#_Toc371163164)

[1.1.1 Opgave 5](#_Toc371163165)

[1.1.2 Uitwerking 5](#_Toc371163166)

[1.2 Opdracht 2 6](#_Toc371163167)

[1.2.1 Opgave 6](#_Toc371163168)

[1.2.2 Uitwerking 6](#_Toc371163169)

[1.3 Opdracht 3 7](#_Toc371163170)

[1.3.1 Opgave 7](#_Toc371163171)

[1.3.2 Uitwerking 7](#_Toc371163172)

[1.4 Opdracht 4 8](#_Toc371163173)

[1.4.1 Opgave 8](#_Toc371163174)

[1.4.2 Uitwerking 8](#_Toc371163175)

[1.5 Opdracht 5 9](#_Toc371163176)

[1.5.1 Opgave 9](#_Toc371163177)

[1.5.2 Uitwerking 9](#_Toc371163178)

[1.6 Opdracht 6 10](#_Toc371163179)

[1.6.1 Opgave 10](#_Toc371163180)

[1.6.2 Uitwerking 10](#_Toc371163181)

[1.7 Opdracht 7 11](#_Toc371163182)

[1.7.1 Opgave 11](#_Toc371163183)

[1.7.2 Uitwerking 11](#_Toc371163184)

[1.8 Opdracht 8 12](#_Toc371163185)

[1.8.1 Opgave 12](#_Toc371163186)

[1.8.2 Uitwerking 12](#_Toc371163187)

[1.9 Opdracht 9 13](#_Toc371163188)

[1.9.1 Opgave 13](#_Toc371163189)

[1.9.2 Uitwerking 13](#_Toc371163190)

[1.10 Opdracht 10 14](#_Toc371163191)

[1.10.1 Opgave 14](#_Toc371163192)

[1.10.2 Uitwerking 14](#_Toc371163193)

[1.11 Opdracht 11 15](#_Toc371163194)

[1.11.1 Opgave 15](#_Toc371163195)

[1.11.2 Uitwerking 15](#_Toc371163196)

[1.12 Opdracht 12 16](#_Toc371163197)

[1.12.1 Opgave 16](#_Toc371163198)

[1.12.2 Uitwerking 16](#_Toc371163199)

[2 Definitie van de gulden snede 17](#_Toc371163200)

[2.1 Definitie 17](#_Toc371163201)

[2.2 Betekenis 17](#_Toc371163202)

[2.3 Phi 18](#_Toc371163203)

[2.4 Bewijs 18](#_Toc371163204)

[3 De rij van Fibonacci 19](#_Toc371163205)

[4 Verband tussen de gulden snede en de rij van Fibonacci 20](#_Toc371163206)

[5 PHI in de biologie 21](#_Toc371163207)

[5.1 Honingbij 21](#_Toc371163208)

[5.2 Nautilus 22](#_Toc371163209)

[5.3 Hartslag 22](#_Toc371163210)

[5.4 Zonnebloemzaden 23](#_Toc371163211)

[5.5 DNA 23](#_Toc371163212)

[5.6 Bladeren 24](#_Toc371163213)

[5.7 Dennenappels 25](#_Toc371163214)

[5.8 Madeliefje en margriet 25](#_Toc371163215)

[5.9 Bloemkool 25](#_Toc371163216)

[6 Het pentagram of pentakel 26](#_Toc371163217)

[7 De mens van Vitruvius (Da Vinci) 27](#_Toc371163218)

[7.1 De mens van Vitruvius 27](#_Toc371163219)

[7.2 De relatie tussen de Mens van Vitruvius en de Grote Piramide van Gizeh 28](#_Toc371163220)

[8 PHI in de kunst 29](#_Toc371163221)

[8.1 Renaissance 29](#_Toc371163222)

[8.2 Romantiek 29](#_Toc371163223)

[8.3 Muziek 29](#_Toc371163224)

[8.4 Schilderkunst 30](#_Toc371163225)

[8.5 Fotografie 30](#_Toc371163226)

[9 PHI in de architectuur 31](#_Toc371163227)

[9.1 De Grote Piramide van Gizeh 31](#_Toc371163228)

[9.2 Het Parthenon 33](#_Toc371163229)

[10 De gulden rechthoek 34](#_Toc371163230)

[Bibliografie 35](#_Toc371163231)

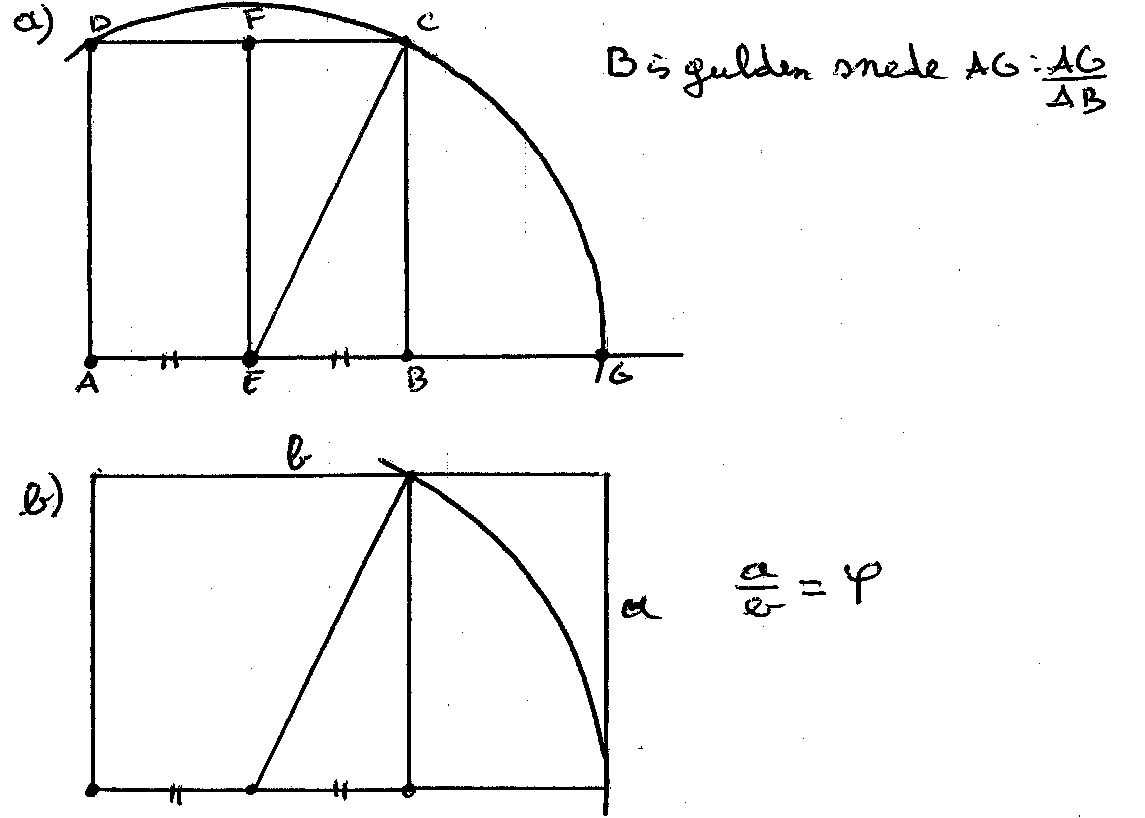
# Verslag en bespreking eerste onderzoeksopdracht

## Opdracht 1

### Opgave

1. Verdeel een willekeurig lijnstuk [AB] met behulp van een passer en een liniaal (een lat waarop geen maatstreepjes staan) in twee stukken volgens het principe van de Gulden Snede.
2. Construeer met behulp van een passer en een liniaal een zogenaamde ‘gulden rechthoek’. Dit is een rechthoek waarbij de verhouding van de hoogte tot de breedte gelijk is aan het getal ϕ.

### Uitwerking



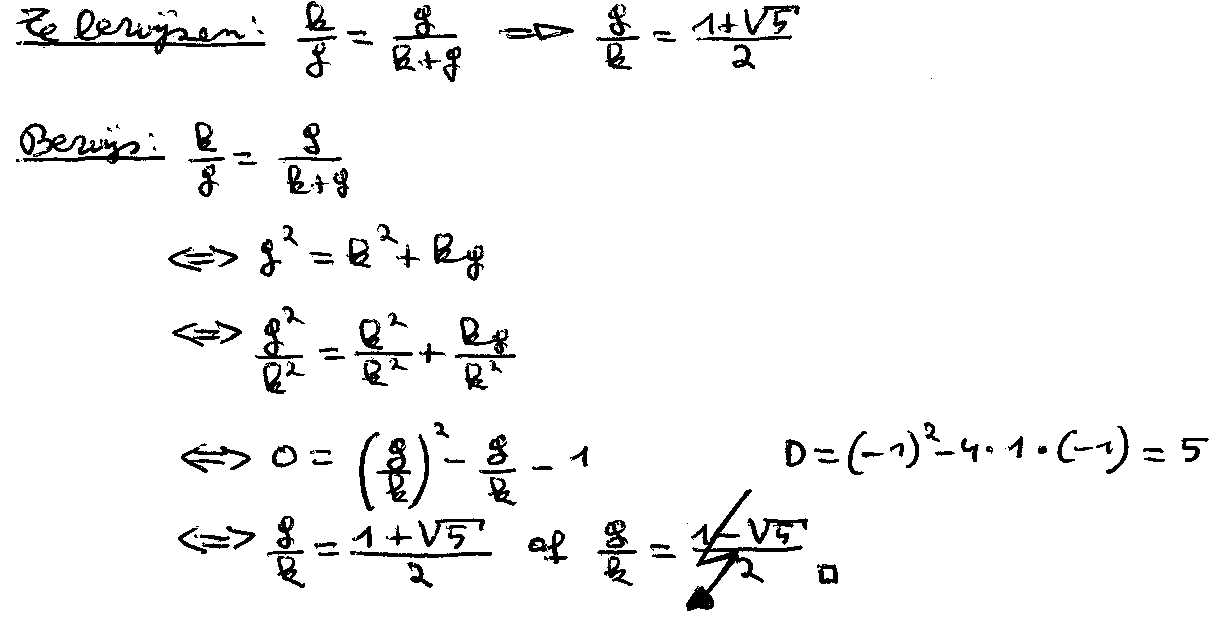
Figuur 1 Uitwerking opdracht 1

## Opdracht 2

### Opgave

Toon aan dat uit volgt dat .

### Uitwerking



Figuur 2 Uitwerking opdracht 2

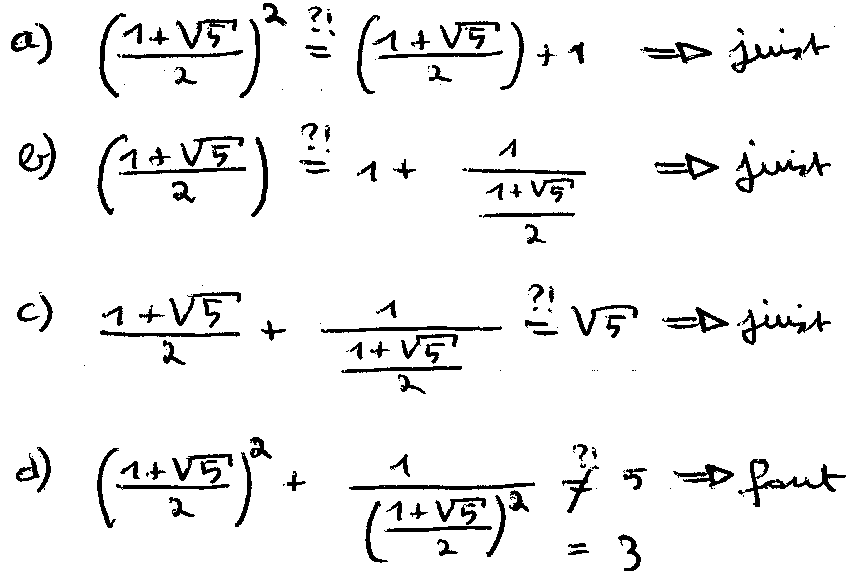
## Opdracht 3

### Opgave

Hieronder staan vier formules en slechts één ervan is niet correct. Toon via berekening aan welke formule onjuist is.



### Uitwerking



Figuur 3 Uitwerking opdracht 3

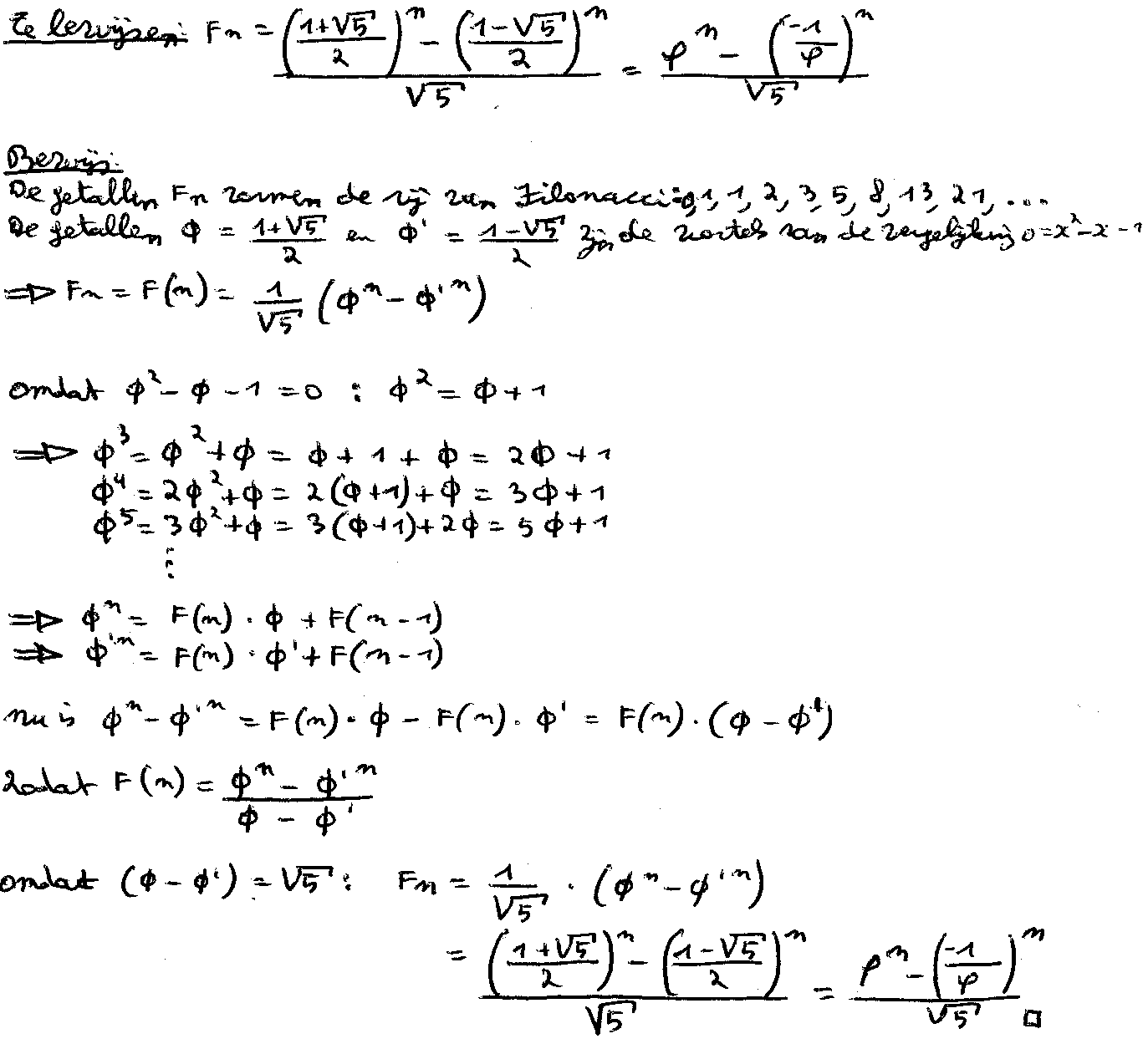
## Opdracht 4

### Opgave

Er bestaat een expliciete uitdrukking voor de n-de term van de rij van Fibonacci. Dit is de zogenaamde formule van Binet :.

Zoek op het Internet een (eenvoudig) bewijs voor deze formule.

### Uitwerking



Figuur 4 Uitwerking opdracht 4

## Opdracht 5

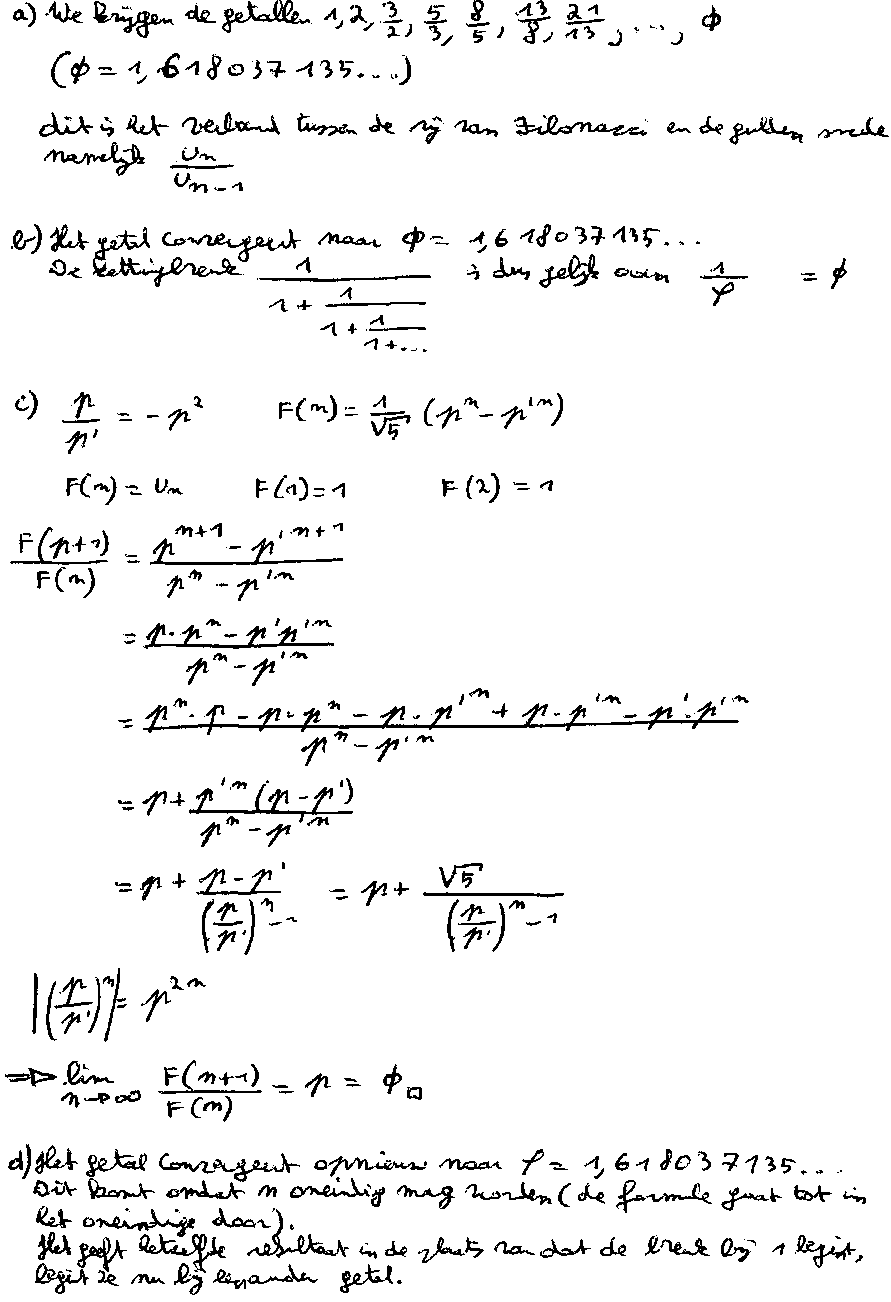
### Opgave

1. Typ op jouw GRM het getal 1 in en druk op ENTER. Typ daarna de instructie 1 + 1/Ans ► Frac in en druk dan herhaaldelijk op ENTER. Wat stel je vast? Verklaar.
2. Typ op jouw GRM het getal 1 in en druk op ENTER. Typ daarna de instructie 1 + 1/Ans in en druk dan herhaaldelijk op ENTER. Naar welke waarde blijkt deze rij te convergeren?

Aan welk getal is de kettingbreuk gelijk?

1. Verklaar:
2. Typ op jouw GRM een willekeurig van-nul-verschillend getal in en druk op ENTER. Typ daarna de instructie 1 + 1/Ans in en druk dan herhaaldelijk op ENTER. Wat stel je vast? Kan je dit verklaren?

### Uitwerking



Figuur 5 Uitwerking opdracht 5

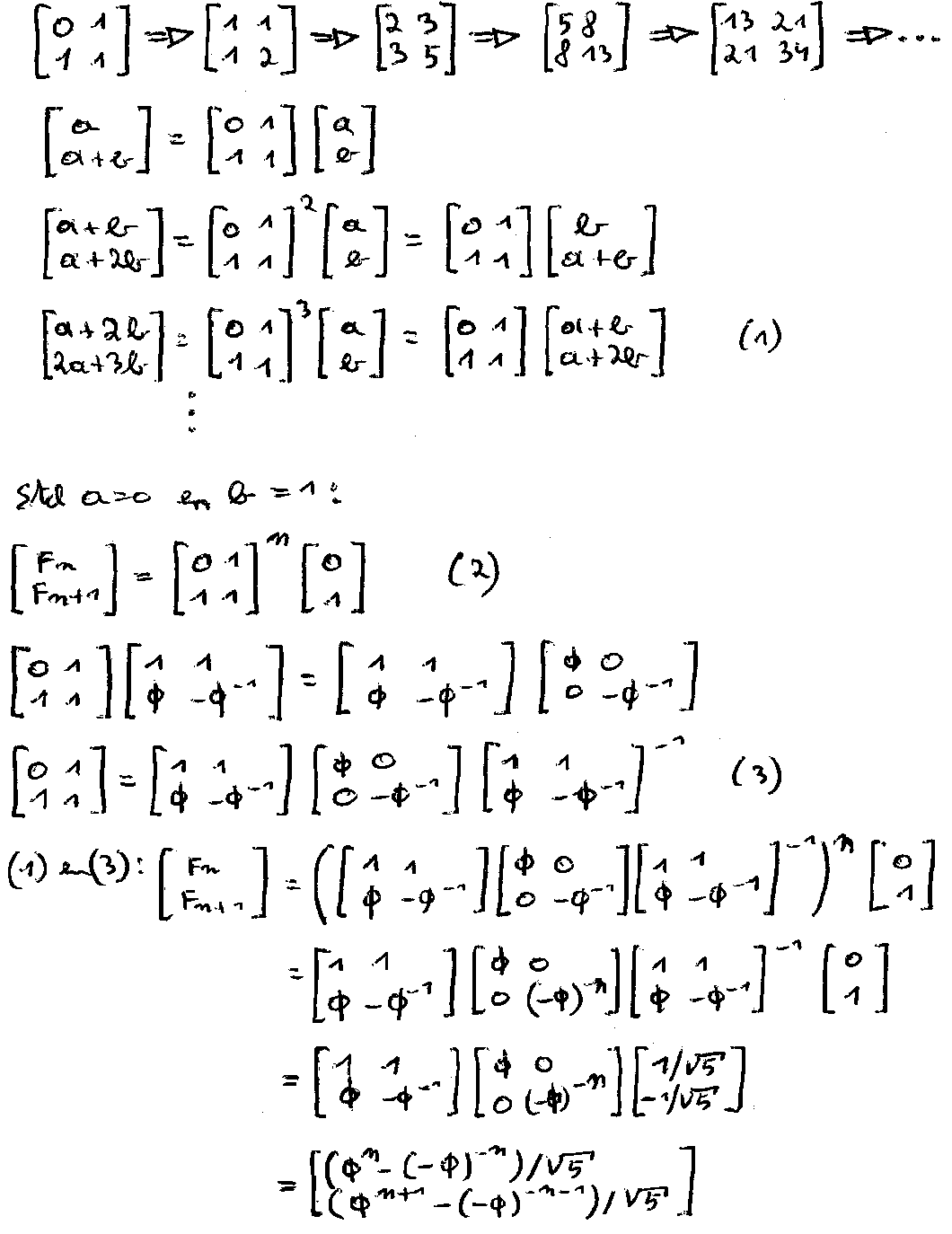
## Opdracht 6

### Opgave

Bereken met jouw grafisch rekentoestel de opeenvolgende machten van de matrix .

Je kunt hierbij telkens het bekomen resultaat (Ans) vermenigvuldigen met de matrix A. Door dan telkens weer op ENTER te drukken verschijnen de opeenvolgende machten van A. Welk verband zie je met de getallen uit de rij van Fibonacci? Bewijs!

### Uitwerking



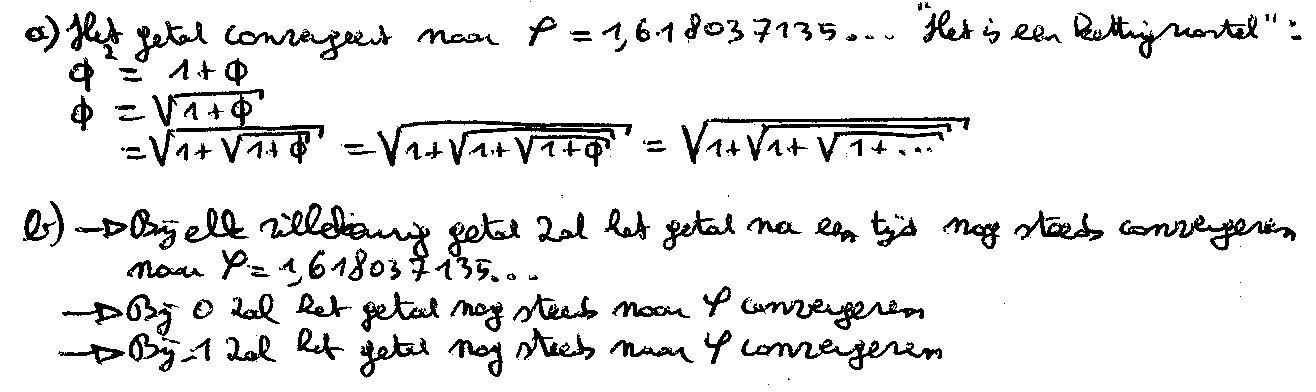
Figuur 6 Uitwerking opdracht 6

## Opdracht 7

### Opgave

1. Typ op jouw GRM het getal 1 in en druk op ENTER. Typ dan de uitdrukking in en druk herhaaldelijk op ENTER. Naar welk getal blijkt deze rij te convergeren? Verklaar!
2. Wat gebeurt er als je in plaats van de startwaarde 1 een willekeurig ander getal kiest en dit procédé toepast? En wat gebeurt als je start met 0 of met –1?

### Uitwerking



Figuur 7 Uitwerking opdracht 7

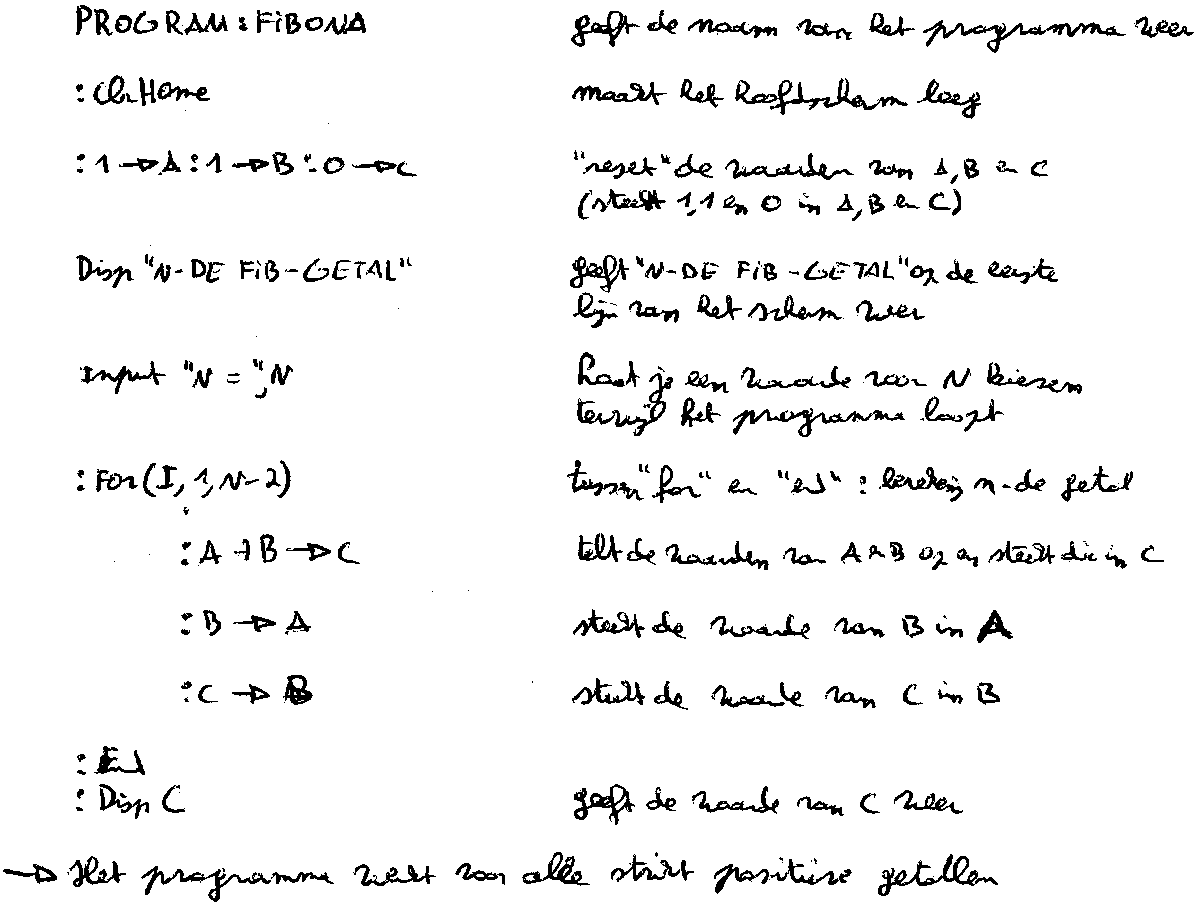
## Opdracht 8

### Opgave

Hieronder staat een eenvoudig programma afgedrukt dat het n-de Fibonaccigetal berekent. Typ het programma in op jouw GRM en verklaar wat er in elke instructrielijn gebeurt. Werkt het programma correct voor alle strikt positieve natuurlijke getallen n?

PROGRAM:FIBONA :ClrHome :1 → A: 1→ B: 0→ C :Disp “N-DE FIB-GETAL” :Input “N= “,N :For(I,1,N-2) :A+B → C :B → A :C → B :End :Disp C

### Uitwerking



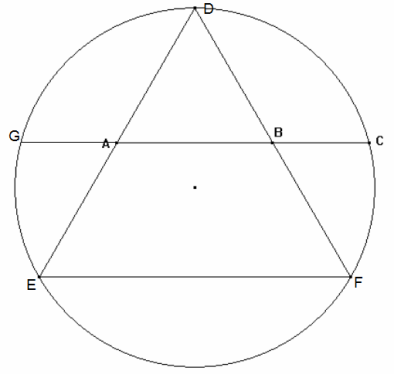
Figuur 8 Uitwerking opdracht 8

## Opdracht 9

### Opgave

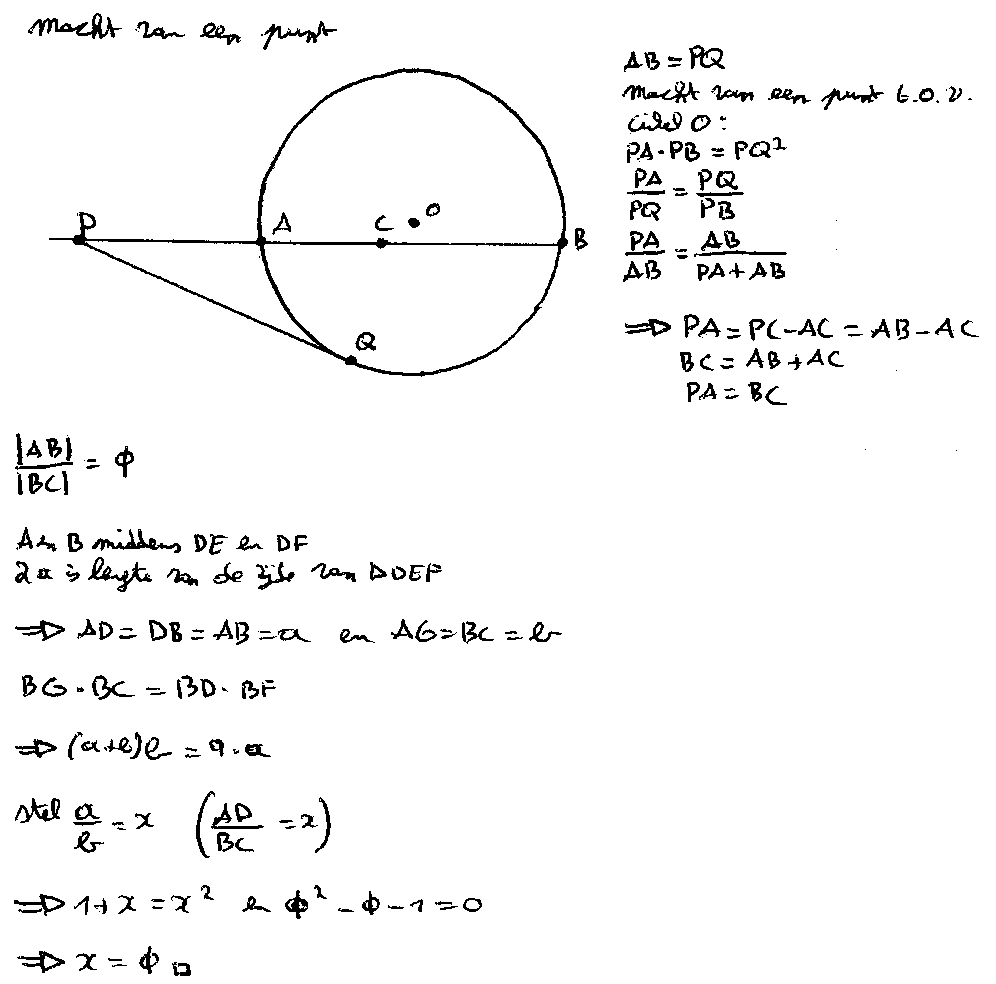
In een cirkel tekent men een gelijkzijdige driehoek en A en B zijn de middens van twee zijden van de driehoek. AB snijdt de cirkel in een punt C. Toon aan dat .

Hint. Bepaal het andere snijpunt van de rechte AB met de cirkel en gebruik dan de macht van het punt B t.o.v. de cirkel. Zoek eerst op hoe de macht van een punt t.o.v. een cirkel gedefinieerd is.



Figuur 9 Opgave opdracht 9

### Uitwerking



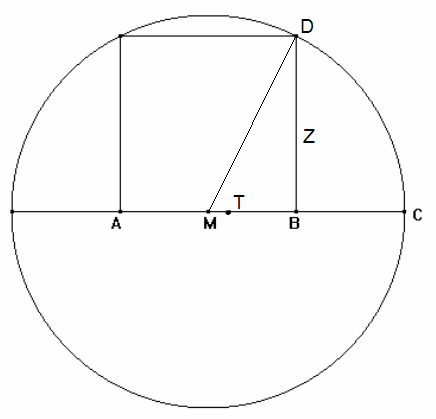
Figuur 10 Uitwerking opdracht 9

## Opdracht 10

### Opgave

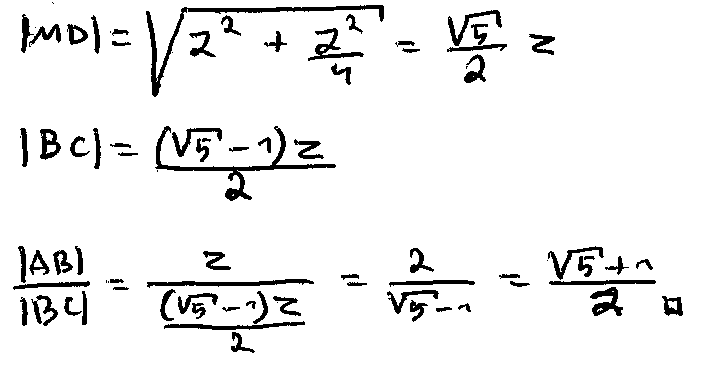
Binnen een cirkel construeert men op een middellijn een vierkant zodat twee hoekpunten van het vierkant op de cirkel liggen en de twee andere hoekpunten A en B op de middellijn. Het middelpunt van de cirkel is het midden van de zijde [AB] en C is een snijpunt van AB met de cirkel.

Toon aan dat .



Figuur 11 Opgave opdracht 10

### Uitwerking



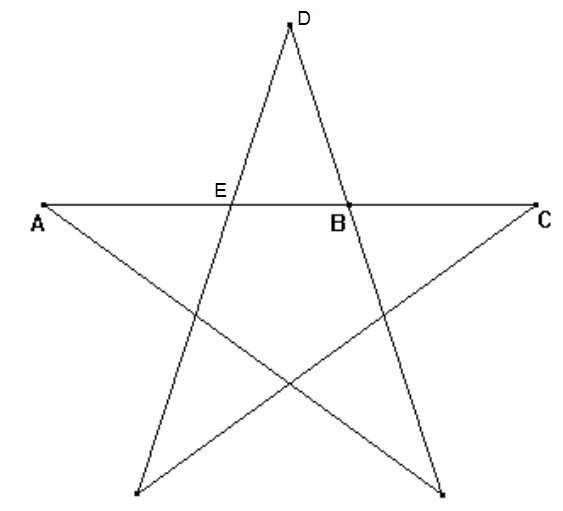
Figuur 12 Uitwerking opdracht 10

## Opdracht 11

### Opgave

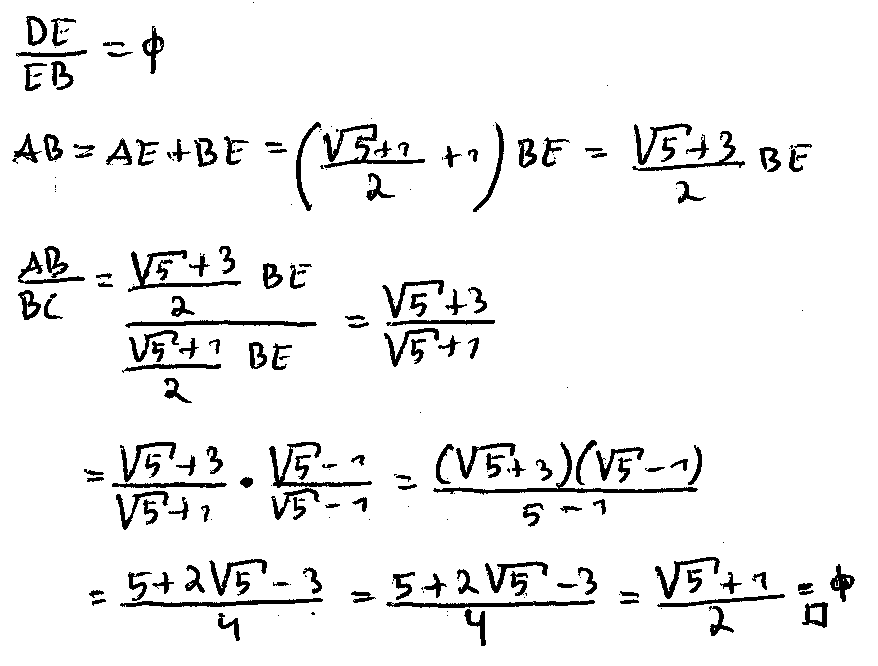
Een pentagram of vijfpuntige ster is een van de oudste symbolen die we kennen. Door de eeuwen heen kreeg deze figuur een magische betekenis.

Toon aan dat .



Figuur 13 Opgave opdracht 11

### Uitwerking

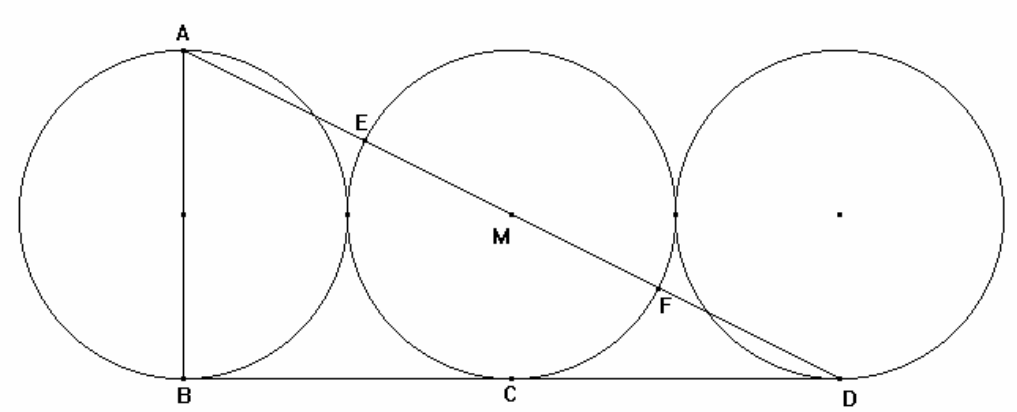


Figuur 14 Uitwerking opdracht 11

## Opdracht 12

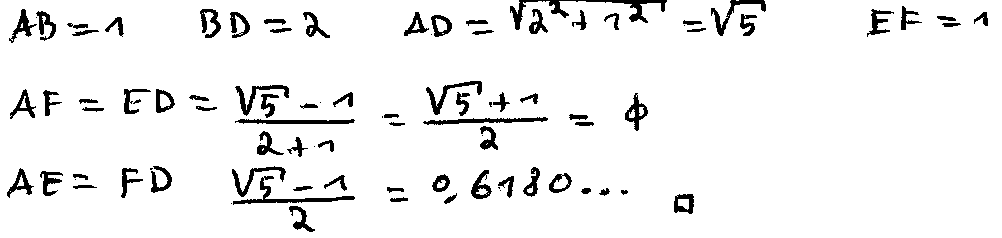
### Opgave

Op de onderstaande tekening staan drie cirkels met straal ½ afgebeeld, waarvan de middelpunten op één rechte liggen en waarbij de middelste cirkel raakt aan beide andere cirkels. Welke lijnstukken op deze figuur hebben als lengte ϕ? Bewijs!



Figuur 15 Opgave opdracht 12

### Uitwerking

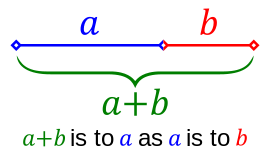


Figuur 16 Uitwerking opdracht 12

# Definitie van de gulden snede

## Definitie

De gulden snede (soms ook wel de verdeling in uiterste en middelste reden genoemd) is de verdeling van een lijnstuk in twee delen in een speciale verhouding. Bij de gulden snede verhoudt het grootste van de twee delen zich tot het kleinste, zoals het gehele lijnstuk zich verhoudt tot het grootste.



Figuur 17 De gulden snede bij een lijnstuk

Deze verhouding a/b wordt het gulden getal genoemd. Het gulden getal wordt voorgesteld door de Griekse letter phi.

## Betekenis

De gulden snede trekt mensen op de één of andere manier aan. Hierdoor wordt ze soms ook de “Divinia proportia” of “goddelijke verhouding” genoemd. De gulden snede zou namelijk “mooie” verhoudingen weergeven. Al in de oudheid baseerden de Grieken de ontwerpen van gebouwen op de gulden snede. Later kwam dit concept opnieuw in de mode in de Renaissance. Vandaag de dag zijn er nog steeds architecten die de Gulden snede in hun ontwerpen toepassen.

De gulden snede kan je dus overal tegenkomen. In de verhouding van gebouwen, verhoudingen in het gezicht, verhoudingen in de kunst. Volgens sommigen is ons hele lichaam opgebouwd aan de hand van deze verhouding. Sommige mensen denken ook dat het begrip schoonheid samenhangt met de gulden snede. Als we iets mooi vinden, is de gulden snede erin terug te vinden. Maar andere mensen vinden dat het ook gewoon toeval kan zijn. Zij denken dat als je goed zoekt, je overal phi in kunt vinden.

## Phi

lijnstuk dat Phi bewijst

Figuur 18 Het probleem van Euclides

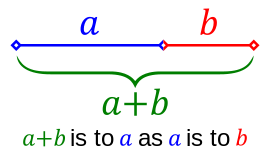
Euclides was de eerste die het getal phi aanduidde. Hij zat namelijk met het volgende probleem:

Als we een rechte lijn in twee stukken willen verdelen, hoe lang moeten de lijnstukken zijn om ervoor te zorgen dat de verhouding tussen het grootste lijnstuk (AC) en het kleinste lijnstuk (BC) gelijk is aan de verhouding tussen de hele lijn (AB) en het langste lijnstuk (AC)?

Als we dit bewijzen (zie 2.4) komen we tot de conclusie dat lijn AC 1.618... keer zo lang is als BC en dat lijn AB 1.618... keer zo lang is als AC. Het lijnstuk AC komt dus overeen met 1.618 en wordt aangeduid door Phi.

## Bewijs

**Stel:**



Figuur 19 De gulden snede bij een lijnstuk (bewijs)

**Dan geldt:**

Vervang door :

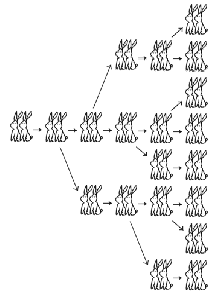
Aangezien de oplossing een positief getal moet zijn, voldoet alleen *x = 1,618 …*

# De rij van Fibonacci

In de 12e - 13e eeuw vroeg Giovanny van Palermo aan Leonardo Fibonacci het beroemde probleem van de konijnen op te lossen: “Hoeveel konijnenparen krijgt men in één jaar als men veronderstelt dat elk paar elke maand een ander paar ter wereld brengt en dat dit laatste paar zich vanaf de 2e maand ook begint voort te planten?”

Fibonacci vond het antwoord met deze rij getallen:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, …



Figuur 20 Grafische voorstelling van het konijnenprobleem

Dit is een merkwaardige rij getallen. Elk getal van de rij (behalve de eerste twee) is namelijk gelijk aan de som van de twee voorgaande getallen. De optelsom van tien opeenvolgende getallen uit de reeks is ook deelbaar door elf. Om de zestig getallen herhaalt het laatste cijfer, bijvoorbeeld het tweede getal is 1, het tweeënzestigste getal in de reeks eindigt op een 1 (….4052739537881), het 122ste getal in de reeks eindigt op een ….. 1 (…..14028366653498915298923761), … .

# Verband tussen de gulden snede en de rij van Fibonacci

De Fibonaccireeks vormt de rekenkundige basis voor de gulden snede. Dit werd in 1611 ontdekt door astronoom Johannes Kepler. Als je een getal uit de Fibonaccireeks deelt door het voorgaande, dan benadert de breuk het gulden-snede-getal Φ.



Figuur 21 Tabel met enkele getallen uit de Fibonaccireeks gedeeld door het voorgaande getal

# PHI in de biologie

## Honingbij

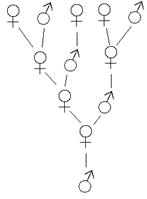
De verhouding tussen het aantal vrouwtjes en mannetjes in een willekeurige kolonie (bijenkorf) is steeds gelijk aan phi of 1.618.

De rij van Fibonacci komt ook voor bij het voorgeslacht van een mannetjesbij (dar), want:

* als een vrouwtje (werkster) een niet bevrucht ei legt, dan wordt het een mannetje;
* als het ei bevrucht was, dan groeit het uit tot een vrouwtje.

Een dar heeft maar één ouder: een vrouwtje. Een werkster heeft 2 ouders: een mannetje en een vrouwtje (zie figuur).

De mannetjesbij onder in de stamboom van de figuur heeft dus maar één ouder. En hij heeft 2 grootouders, want zijn moeder heeft twee ouders. Hij heeft 3 overgrootouders, omdat zijn grootvader één ouder heeft en zijn grootmoeder 2 ouders. De 3 overgrootouders (de 2 oma’s en de opa) hebben 5 overover-grootouders, want beide oma’s hebben elk twee ouders en de opa heeft één ouder. Als je in de figuur van onder naar boven naar het aantal bijen kijkt, krijg je de rij 1, 1, 2, 3, 5. En dat is de rij van Fibonacci.

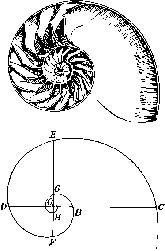


Figuur 22 De stamboom van een honingbij (dar)

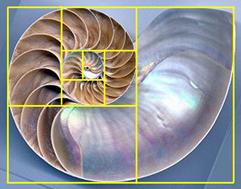
## Nautilus

De nautilus leeft in het westelijk gedeelte van de Indische Oceaan en is de enige inktvis met een uitwendige schelp. De schelp, waarvan de diameter 300 mm groot kan worden is voorzien van kamers. Het aantal kamers neemt toe naarmate het dier in omvang toeneemt. Met een spier blijft de nautilus in verbinding met de kern van de schelp. Dit stelt de nautilus in staat de schelp te gebruiken om zich voort te bewegen. Naarmate er meer of minder lucht in de schelp wordt gepompt, is het dier in staat om te stijgen en te dalen. Om voedsel aan de oppervlakte op te nemen, pompt het meer lucht in zijn schelp waardoor het dier naar boven stijgt. Als het genoeg voedsel heeft opgenomen, laat het zich opnieuw zakken door meer water in zijn schelp te laten lopen.

Ook bij deze natuurlijke vorm komt de gulden snede voor. De diameter van elke spiraal verhoudt zich namelijk tot de volgende, volgens phi.



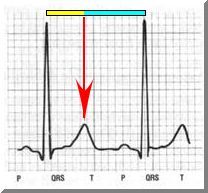
Figuur 23 Vergelijking tussen de nautilusschelp en de gulden spiraal



Figuur 24 De nautilusschelp in vergelijking met de gulden rechthoek

## Hartslag

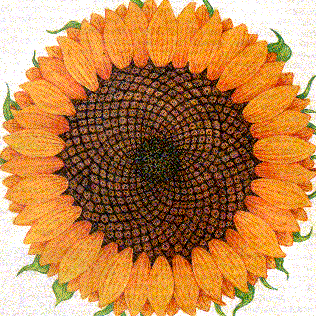
Er wordt beweerd dat de hartslag van de mens klopt volgens phi, maar dit is nog niet wetenschappelijk onderzocht en bewezen. Op een ECG (elektrocardiogram) is een uitslag van een hartslag te zien. De lengte tussen twee hartslagen en de lengte tussen de eerste hartslag en het sluiten van de hartkleppen staan in verhouding tot elkaar met 1,618.



Figuur 25 De hartslag van een mens

## Zonnebloemzaden

Zonnebloempitten staan zodanig ingeplant dat ze twee stelsels spiralen lijken te vormen. Die stelsels bevatten meestal 34 en 55 spiralen, maar 55 en 89, of 89 en 144 komen ook voor (afhankelijk van de grootte van de zonnebloem). Deze aantallen zijn altijd opeenvolgende Fibonacci-getallen.



Figuur 26 Een zonnebloem

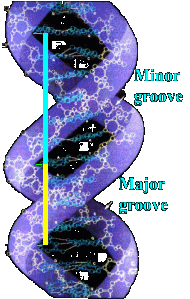
Een zonnebloem die zonnebloempitten begint te maken, groeit van binnenuit. De oudste zonnebloempitten worden naar buiten gedrukt door de jongste. Aangezien deze mooi rond moet blijven, worden nieuwe zonnebloempitten telkens geplaatst onder de gulden hoek (ϕ x 360° = 222,5°).

De gulden hoek is wel niet gemakkelijk te zien, aangezien je oog snel wordt afgeleid door de andere spiralen (de parastichons) waarin de zonnebloempitten naar buiten lijken te groeien. Het aantal parastichons komt overeen met een getal van Fibonacci.

De verhouding tussen elke omwenteling en de volgende is gelijk aan phi.

## DNA

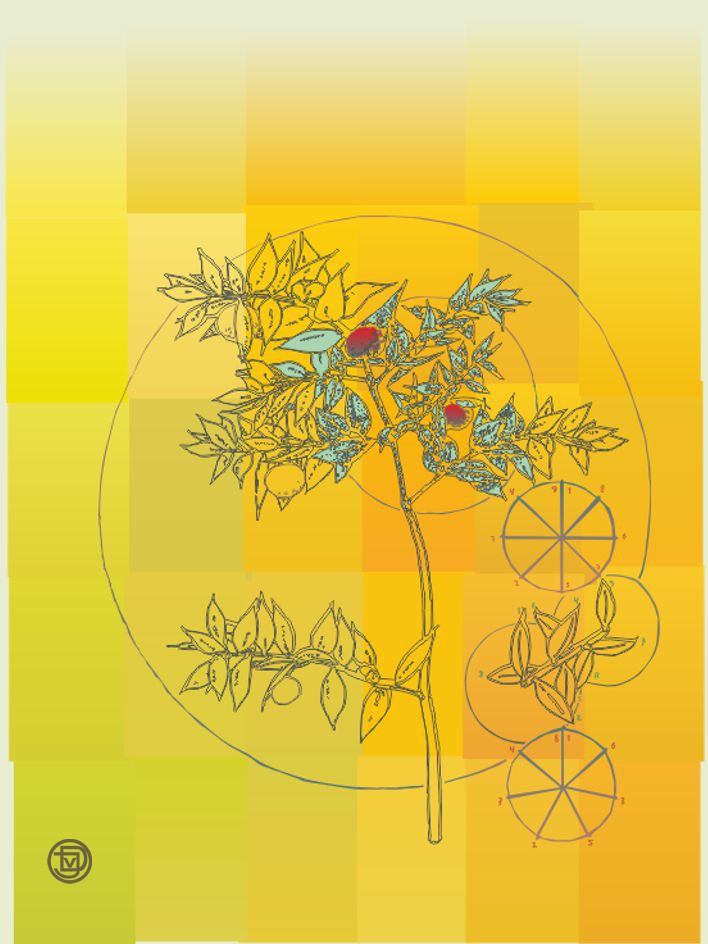
DNA-moleculen dragen ook de gulden snede met zich mee. Eén DNA-molecuul is namelijk 34 Ångström (1 Ångström=1.0 × 10-10 meter) lang en 21 Ångström breed. Dit zijn cijfers uit de fibonaccireeks. Ook in de vorm van het DNA molecuul zit de gulden snede verborgen. In een DNA-cel zitten 2 buigingen: een grote en een kleine. De lengte van deze twee is weer de gulden snede van de lengte van de grote buiging.



Figuur 27 De gulden snede in DNA

## Bladeren

Planten hebben hun bladeren meestal niet willekeurig langs de stengel staan. Bij brandnetels is dat heel duidelijk te zien als je er bovenop kijkt: twee bladeren staan steeds op dezelfde hoogte langs de stengel en recht tegenover elkaar. De twee bladeren daaronder en daarboven staan ook recht tegenover elkaar maar een kwart slag gedraaid ten opzichte van de eerste.



Figuur 28 De Muizedoorn of Rucus aculeatus

De schijnblaadjes van de muizedoorn (zie foto) lijken willekeurig langs de stengel te staan, maar wel ongeveer op gelijke afstand. De serie blaadjes staan echter als een spiraal rond de stengel en het 9e blaadje staat telkens recht onder het 1e staat. Na 8 blaadjes is de spiraal dus één keer rond (8 is een getal uit de Fibonacci-reeks).

De blaadjes van de zonnebloem staan ook in een spiraal die met 8 blaadjes rond de stengel draait. Als je verder gaat kijken, blijkt dat er heel vaak een systeem zit in de plaatsing van blaadjes rond de stengel en bijna altijd zijn het dan Fibonacci getallen zoals 5, 8 en 13. Zelfs bij de brandnetel: na twee stel bladeren is de spiraal één keer rond en 2 is ook een Fibonacci-getal.

## Dennenappels

De dennenappel bestaat uit een groot aantal harde schubben die min of meer dakpansgewijs over elkaar zitten. Binnenin zit een klein zaadje met een ovaal vlies dat als vleugel moet dienen om het zaadje weg te laten vliegen als de schubben open gaan staan. Als je de dennenappels aan de onderkant bekijkt, zie je dat de schubben in spiralen groeien die vanaf het steeltje naar buiten wegdraaien.

Indien je de zaden rechtsom vanaf het middelpunt telt, kom je meestal 5, 8 of 13 uit. Tel je de zaden linksom bekom je de getallen uit de Fibonacci-reeks die telkens een trap hoger zitten in de reeks dan die die je krijgt als je ze rechtsom telde.

Voorbeeld: Als er rechtsom 8 spiralen zijn dan zijn er linksom 5 of 13 spiralen



Figuur 29 Spiralen bij een dennenappel (linksom)



Figuur 30 Spiralen bij een dennenappel (rechtsom)

## Madeliefje en margriet

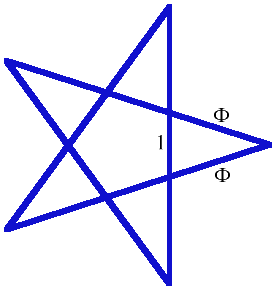
Het gele hartje van deze bloemen bestaat uit een groot aantal kleine gele bloemetjes en deze kleine bloemetjes staan ook in spiralen die je linksom en rechtsom kunt zien. Het aantal spiralen is echter veel groter dan bij de dennenappel, vaak 21 of 34.

## Bloemkool

Bij een bloemkool komt ongeveer het zelfde spiralenpatroon voor als bij een zonnebloem(zie verder). Er zijn meestal 5 spiralen met de klok mee en 8 tegen de klok in. Deze getallen komen opnieuw in de rij van Fibonacci voor.

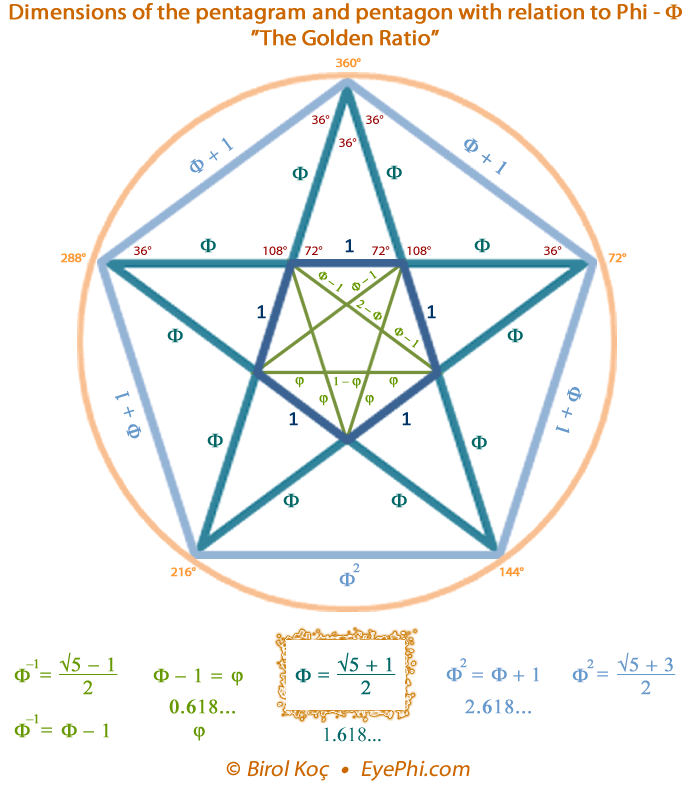
# Het pentagram of pentakel

Indien je een pentagram tekent, worden de lijnen van zichzelf verdeeld in segmenten die aan de gulden snede voldoen. De verhoudingen tussen de lijnsegmenten zijn allemaal gelijk aan phi. Het symbool is dus de ultieme uiting van de gulden snede. Daardoor wordt de vijfpuntige ster het symbool genoemd voor schoonheid en perfectie, die wordt geassocieerd met de godin en het heilige vrouwelijke.



Figuur 31 Een regelmatig pentagram

Elk van de vijf driehoeken is een gelijkbenige driehoek waarvan de zijden zich verhouden als



Figuur 32 Uitgebreid pentagram waarin men phi allemaal kan vinden

# De mens van Vitruvius (Da Vinci)

## De mens van Vitruvius

Da Vinci maakte deze tekening van de “perfecte mens” omstreeks 1490. Hij hield rekening met een stelsel van lichaamsverhoudingen zoals Vitruvius die beschreef in zijn boek “De architectura”. Voordat Da Vinci deze tekening maakte, had hij de anatomie al onderzocht bij de mens. Hij groef zelfs lijken op om deze te bestuderen. De Vitruviusman wordt gezien als een symbool van het humanisme, met de mens als het middelpunt van het heelal.

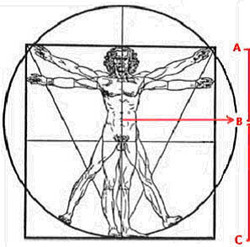
Vitruvius schreef in zijn boek dat het perfecte lichaam bepaalde verhoudingen moest hebben:

* Het lichaam moest precies in een omgeschreven cirkel of vierkant met de navel als middelpunt passen, respectievelijk Homo ad circulum (mens in cirkel) en Homo ad quadratum (mens in vierkant). De lengte van de uitgestrekte armen van een ”perfecte mens” moest dus gelijk zijn aan de totale lichaamslengte.
* Een perfecte handpalm is 4 vingers breed.
* De afstand van de kin tot aan de top van het voorhoofd staat gelijk aan een tiende van de lengte van het gehele lichaam.
* Een perfecte voet meet een zesde van de totale lichaamslengte.

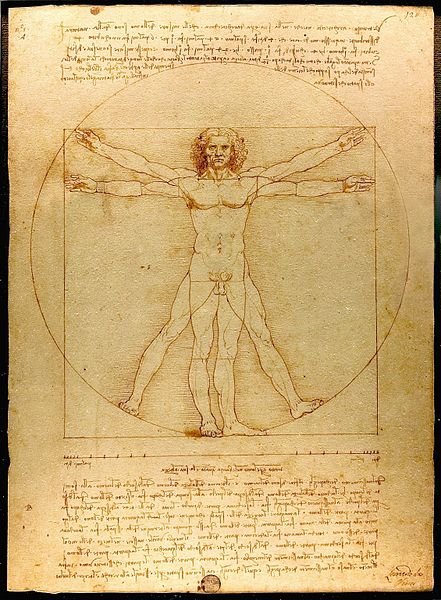
De Vitruviusman van Leonardo wordt vaak gebruikt om de gulden snede aan te duiden. Ook wordt hij vaak genoemd in verband met een pentagon of een pentagram. Er is geen bewijs dat Leonardo zich bewust was van deze relaties. De pentagramverwijzing is mogelijkerwijs een verwarring met de latere pentagram-man van Heinrich Cornelius Agrippa von Nettesheim.

Phi vind je dus ook in De mens van Vitruvius terug. Hier enkele voorbeelden:

* De afstand van de kruin tot de grond over de afstand van de navel tot de grond verhoudt zich zoals phi (zie tekening).
* De afstand van de schouder tot de vingertoppen over de afstand van de elleboog tot de vingertoppen verhoudt zich zoals phi.
* De afstand van de heup tot de grond over de afstand van de knie tot de grond verhoudt zich zoals phi.

[](http://www.schooltv.nl/eigenwijzer/shared/templates/popup/image.jsp?item=1407705&nr=2157379&site=184980)

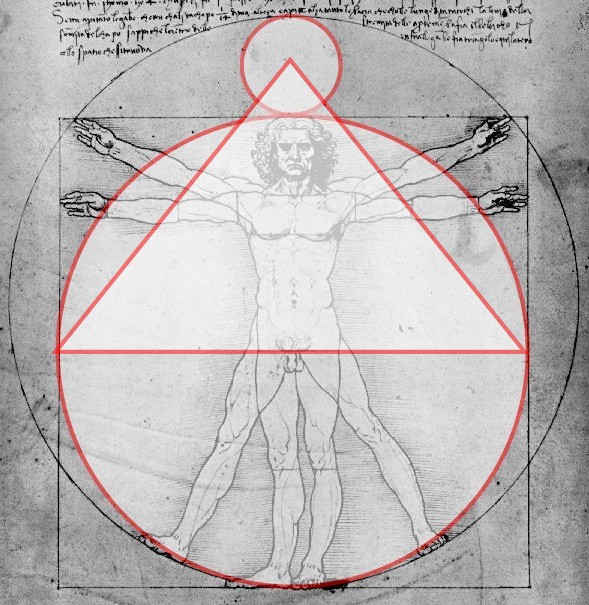
Figuur 33 Phi in de Mens van Vitruvius



Figuur 34 De mens van Vitruvius, getekend door Leonardo Da Vinci

## De relatie tussen de Mens van Vitruvius en de Grote Piramide van Gizeh

In onderstaande afbeelding is de driehoek de exacte geometrische verhouding van de Grote Piramide op het plateau van Gizeh. De hoeken tussen de basis en de top van de piramide is precies 51 graden en 51 seconden. (51º 51’).



Figuur 35 De relatie tussen de Man van Vitruvius en de Grote Piramide van Gizeh

# PHI in de kunst

Omdat de gulden snede harmonische verhoudingen geeft, is deze aangenaam om naar te kijken en te luisteren. Hierdoor wordt ze veelvuldig gebruikt in de kunst, de poëzie en de muziek.

## Renaissance

Na de ontdekking van de gulden snede door de Grieken zijn er nog vele kunstenaars geweest die de gulden snede als verhouding in hun kunstwerken gebruikt hebben. Zo ook de kunstenaars van de Renaissance.

De Renaissance grijpt terug naar de bouwkunst uit de oudheid en neemt afstand van de gotiek. Renaissance is in feite de wedergeboorte van de klassieke beschaving. Gebouwen moesten dan ook volgens een universele maatvoering gebouwd worden, aan verhoudingen werd veel aandacht besteed.

Die in gehele getallen uit te drukken verhoudingen moesten in het gehele gebouw worden toegepast. Deze verhoudingen weerspiegelden een universele harmonie. Ook de gulden snede werd voor dit doeleinde gebruikt.

## Romantiek

De Romantiek beheerst ongeveer de hele 19e eeuw. Een van de kenmerken is het escapisme, het zoeken naar een ideale wereld, vluchten uit de ellende van het alledaagse leven. Men probeerde deze ideale wereld te vinden in het verleden en het is juist hierin dat men hernieuwde belangstelling kreeg voor de gulden snede (rond deze periode krijgt de gulden snede ook haar naam). Er ontstaat als het ware een cultus rond de gulden snede, die zo ver gaat dat men deze verhouding overal in meent te herkennen.

## Muziek

Muziekkunst zit vol met verwijzingen naar de Fibonaccireeks. De opbouw van de pianotoetsen is daar een goed voorbeeld van. Een octaaf op een piano wordt gespeeld met 8 witte toetsen en 5 zwarte, in totaal dus 13 toetsen. De zwarte toetsen zijn verdeeld in twee en drie. Deze getallen komen allemaal in de Fibonacci-reeks voor: 2, 3, 5, 8, 13.

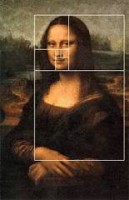
Phi speelde ook een rol in de structuur van Mozarts sonates, de Vijfde Symphonie van Beethoven en de werken van Bartók, Debussy en Schubert. Verschillende muziekstukken van onder andere Vivaldi en Bach zijn ook geanalyseerd aan de hand van de gulden snede.

## Schilderkunst

In hoeverre een schilderij overeen kwam met de werkelijkheid hing volgens Pacioli (een Italiaanse wiskundige kloosterling) af van of de schilder de wetten van de wiskunde gehoorzaamde. Diepte in een schilderij, de verdeling van ruimtelijke vlakken over het linnen, liggen volgens Pacioli allemaal vast in wiskundige verhoudingen zoals Φ. Ook schilders uit recentere tijden zoals Mondriaan gebruikten bewust dan wel onbewust de gulden snede.

Ook zorgde het gebruik van de gulden snede (met name de gulden rechthoek) voor harmonieuze verhoudingen bij kunst of bouwwerken. Men kon deze namelijk vergroten of verkleinen, afhankelijk van de grootte van hun bouwwerk of schilderij.

De rangschikking van de onderwerpen in een schilderij blijft echter een kwestie van persoonlijke smaak, temperament en bekwaamheid. Sommige kunstenaars gebruiken een driehoek als basis voor een goede compositie, anderen gebruikten meer spiralen.



Figuur 36 De gulden rechthoek in de “Mona Lisa” (Leonardo Da Vinci)



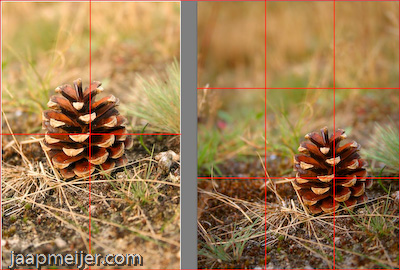
Figuur 37 De gulden spiraal in “Het Strand van Trouville” (Claude Monet)



Figuur 38 De Gulden rechthoek in “Het Laatste Avondmaal” (Leonardo Da Vinci)

## Fotografie

Een voorbeeld van "mooie" verhoudingen zie je in de onderstaande afbeelding. Een ervaren schilder of fotograaf zal de horizon meestal niet midden in beeld plaatsen, maar bij voorkeur een stuk daarboven of daaronder. Ook zal het hoofdmotief bij een dergelijke landschapsfoto als regel niet in het midden staan. Vanzelfsprekend gaat een fotograaf daarbij niet op zijn rekenmachine de gulden snede op tien decimalen nauwkeurig berekenen. In sommige fotoboeken vind je de vuistregel dat het motief op 1/3 of 2/3 van het beeld moet staan.



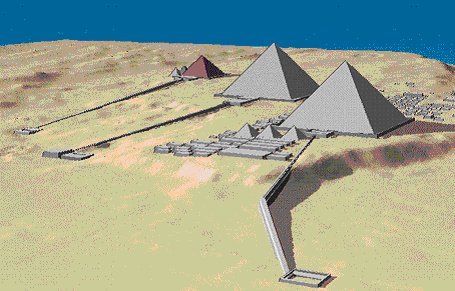
Figuur 39 De gulden snede in de fotografie

# PHI in de architectuur

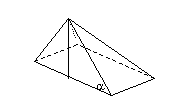
## De Grote Piramide van Gizeh

Piramides werden door de oude Egyptenaren gebruikt als begraafplaats voor de farao. De farao werd in zijn eigen piramide begraven en nam veel van zijn rijkdom mee het graf in. De bouw van deze piramides nam jaren in beslag. Hoe machtiger de farao, hoe groter de piramide hij voor zichzelf liet bouwen.

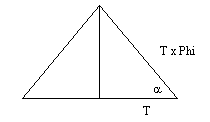
Naast de schat aan historisch materiaal, bieden ze ook mogelijkheden tot wiskundig onderzoek. Zo blijkt ook de gulden snede een rol te spelen in de architectuur van sommige piramides. Een goed voorbeeld daarvan is de Grote Piramide in Gizeh, gebouwd rond 2500 v. Chr.

Figuur 40 De Grote Piramide van Gizeh

De hellingshoek die de schuine vlakken van deze piramide maken, is 51,85 graden.   
Wanneer we een dwarsdoorsnede van de piramide maken, op deze manier:   
    
 

Figuur 41 3D-doorsnede piramide

 dan krijgen we de volgende driehoek:   
    
 

Figuur 42 Doorsnede piramide

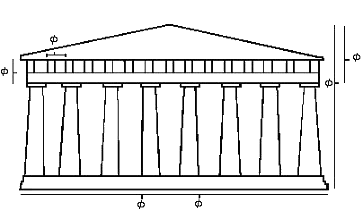
Hierin is α 51,85 graden. Wanneer we nu een schuine zijde lengte 1 geven, dan is de horizontale zijde (halve breedte van de piramide) gelijk aan lengte T. De gulden snede komt dus terug in het ontwerp van de piramides in Egypte.

Er zijn wetenschappers die denken dat wanneer deze manier van bouwen werd gebruikt, de piramides beter bestand waren tegen aardbevingen. Het kan heel goed zijn dat deze piramide daarom bewaard is gebleven.

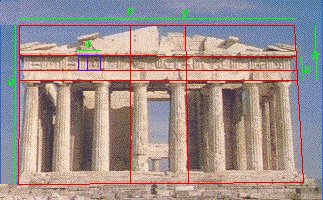
## Het Parthenon

De Grieken maakten in hun bouwwerken en steenhouwwerk veelvuldig gebruik van de gulden snede. Het Parthenon is een voorbeeld van een bouwwerk waarin de gulden snede is verwerkt.

Het Parthenon is een oude Griekse tempel, gewijd aan Athene (godin van de wijsheid). Het stond op de Akropolis, de tempelberg in Athene. Er is nu nog een ruïne van over. De tempel is ontworpen door Ictinus en Callicrates, volgens wiskundige principes. Het beeldhouwwerk is gemaakt onder leiding van Phidias. Hij is degene naar wie de gulden snede (Phi) genoemd is. Het is gebouwd van 477 tot 438 voor Chr. Het Parthenon is een tempel in dorische stijl.

Als we naar de voorkant van de tempel kijken, dan zien we dat bepaalde verhoudingen van afmetingen de gulden snede zijn:   
   
  

Figuur 43 Verhoudingen bij het Parthenon

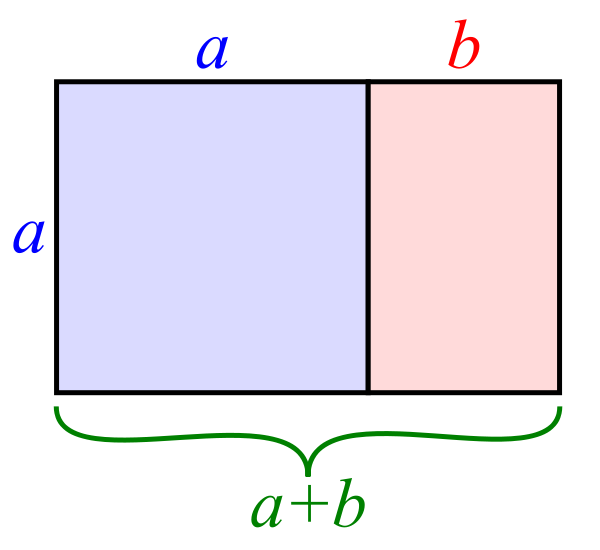
Ook kan de voorkant van het Parthenon ingedeeld worden volgens de gulden rechthoek:  
  

Figuur 44 Het Parthenon en de gulden rechthoek

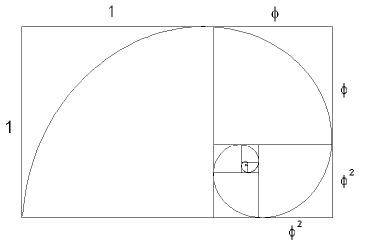
# De gulden rechthoek

De gulden rechthoek is een rechthoek waarvan de zijden zich verhouden als φ (de lengte is dus ongeveer 1,618 maal de breedte). Als we in de gulden rechthoek een vierkant tekenen met de breedte als zijde, dan is de kleinere rechthoek die overblijft opnieuw een gulden rechthoek. Door dit proces met de steeds kleiner wordende rechthoeken te herhalen ontstaat een gulden spiraal.

Deze spiraal is logaritmisch: de hoek die de spiraal maakt met een cirkel om het accumulatiepunt is overal hetzelfde. Logaritmische spiralen komen in de natuur vaak voor als er sprake is van een gelijkvormige groei. Bekende voorbeelden zijn de rangschikking van zonnepitten in een zonnebloem en de schelp van de nautilus.



Figuur 45 De gulden rechthoek



Figuur 46 De gulden spiraal of spiraal van Fibonacci

# Bibliografie

*Gulden snede*, internet, 2013-10-30, (<http://nl.wikipedia.org/wiki/Gulden_snede>).

*Golden ratio*, internet, 2013-10-30, (<http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio>).

*Gulden snede*, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/intro.html>).

*Gulden snede: phi en de fibonaccireeks*, internet, 2013-10-30, (<http://www.schooltv.nl/eigenwijzer/project/1407864/wiskunde-voor-de-tweede-fase/2157379/wiskunde/item/1407676/gulden-snede-phi-en-de-fibonaccireeks/>).

HERMKENS, E., *Het geheim van de gulden snede*, internet, 2013-10-30, (<http://www.kennislink.nl/publicaties/het-geheim-van-de-gulden-snede>).

*De rij van Fibonacci*, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/fibo2.html>).

*Natuurkundige toepassing van de gulden snede*, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/natuurkunde.html>).

*Biologie*, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/biologie.html>).

*De Gulden Snede in de Architectuur*, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/architectuur.html>).

*VAN DINGENEN, J., Op planten kun je rekenen*, internet, 2013-10-30, (<http://www.van-dingenen-over-planten.nl/20.%20Op%20planten%20kun%20je%20rekenen.html>).

HUNT, K., *Symbolic Subversion Of Arya*, internet, 2013-10-02, (<http://renegadetribune.com/symbolic-subversion-of-arya/>).

*Het geheim van de gulden snede*, internet, 2006-05-15, (<http://www.scholieren.com/praktische-opdracht/23936>).

*Mens van Vitruvius en Vitruviusman*, internet, 2013-10-30, (<http://nl.wikipedia.org/wiki/Mens_van_Vitruvius_en_Vitruviusman>).

*De mens van Vitruvius*, internet, 2013-10-30, (<http://ciaotutti.nl/kunst-uit-italie/de-mens-van-vitruvius/>).

*De man van Vitruvius*, internet, 2013-10-30, (<https://sites.google.com/site/dezesdezon/thema-s/geometrie/geometrie/de-man-van-vitruvius>).

De gulden rechthoek, internet, 2013-10-30, (<http://www.phys.tue.nl/TULO/guldensnede/rechthoek.html>).

*Het irrationaal getal phi (φ)*, internet, 2013-10-30, (<http://www.rennewoor.be/Berichten/Het%20irrationaal%20getal%20fi.pdf>).

*Geschiedenis van de schilderkunst: De compositie*, internet, 2011-07-25, (<http://kunst-en-cultuur.infonu.nl/kunst/77730-geschiedenis-van-de-schilderkunst-de-compositie.html>).

*SNIJDERS L. en VISSER P., Fibonacci en de Gulden Snede,* internet, 2013-10-30, (<http://www.exo.science.ru.nl/bronnen/wiskunde/fibonacci.html>).

*Mijn logo: de Nautilusschelp*, internet, 2013-10-30, (<http://www.helende-reis.com/praktijk/mijn-logo-de-nautilusschelp/>).

*De Gulden Snede: Het Menselijk Lichaam*, internet, 2013-10-30, (<http://plazilla.com/de-gulden-snede-het-menselijk-lichaam>).

*Gulden snede*, internet, 2013-10-30, (<http://www.jaapmeijer.com/index.php/fotografie/fotografie/gulden-snede.html>).

VAN DER PLAS, P., *Nautilus*, internet, 2013-10-30, (<http://www.paulvanderplas.nl/ter-inspiratie/de-nautilus/>).

GUIDOJ, *De ontsluiering van de Gulden Snede..*, internet, 2009-05-07, (<http://www.wanttoknow.nl/overige/de-ontsluiering-van-de-gulden-snede/>).

BROWN, D., *De Da Vinci code*, Uitgeverij Luitingh – Sijthoff, Amsterdam, 2004, 432 pagina’s.

GHEYSENS, L., *Onderzoekscompetenties in de derde graad*, internet, 2013-10-30, (<http://www.t3vlaanderen.be/fileadmin/media/cahiers/pdf/cahier12.pdf>).