Aplicaciones Chi-Cuadrado

Contraste de dependencia o independencia de caracteres.

Deseamos saber si dos caracteres X e Y de una población son dependientes o independientes.

Suponemos que las modalidades que presentan cada una de las variables X e Y son:

$$X: x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_k$$

$$Y: y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots, y_m$$

y se ha tomado una muestra de tamaño n midiéndose dichas características X e Y en cada uno de los elementos de la muestra.

Podríamos formar la siguiente tabla de contingencia en la que aparecen las frecuencias empíricas y las teóricas:

Y X	y_1	……	Y_j	…….	y_m	Frecuencias absolutas X
x_1	O_{11} e_{11}	……	O_{1j} e_{1j}	………	O_{1m} e_{1m}	O_{x1}
……….	………	……	………	………	……..	…………
x_i	O_{i1} e_{i1}	……	Oij eij	………	O_{im} e_{im}	O_{xi}
…….	………	…….	………	………	……..	………
x_k	O_{k1} e_{k1}	…….	O_{kj} e_{kj}	………	O_{km} e_{km}	O_{xk}
Frecuencias absolutas Y	O_{y1}	…….	O_{yj}	……..	O_{ym}	n

Donde:

O_{ij} = nro. de elementos que presentan la característica x_i e y_j conjuntamente.

e_{ij} = nro. de elementos esperados que presenten los valores x_i , y_j si las variables son independientes.

Para el cálculo de las frecuencias teóricas podemos utilizar la siguiente fórmula si las dos variables son independientes

$$\boxed{e_{ij} = p_{ij}.n = \frac{O_{xi}}{n}.\frac{O_{yj}}{n}.n = \frac{(total\ de\ la\ \ fila\ i).(total\ de\ la\ columna\ \ j)}{n}}$$

i=1,2,.....,k j=1,2,.....,m

Consideramos como hipótesis nula e hipótesis alternativa a:

H_0: X e Y son independientes.

H_1: X e Y no son independientes.

Si aceptamos la hipótesis nula, podemos considerar que no tenemos evidencias que nos hagan suponer una dependencia entre las dos variables a un nivel de confianza de $1-\alpha$

Consideramos como estadístico del contraste:

$$\boxed{\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\frac{\left(O_{ij}-e_{ij}\right)^2}{e_{ij}} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\frac{O_{ij}^2}{e_{ij}} - n}$$

La distribución de dicho estadístico es una χ^2 $(k-1)(m-1)$ grados de libertad en caso de que las variables sean independientes a un nivel de confianza $1-\alpha$.

Se acepta H_0 si: $\chi^2 < \chi^2_\alpha(k-1)(m-1)$ (REGIÓN DE ACEPTACIÓN)

Se rechaza H_0 si: $\chi^2 > \chi^2_\alpha(k-1)(m-1)$ (REGIÓN CRÍTICA).

Ejemplo El consejo de administración de Telefónica desea conocer si la opinión, Y, de sus accionistas respecto a una posible fusión es independiente del número de acciones, X, que poseen. Una muestra de 500 accionistas proporciona la siguiente tabla:

Y X	A favor	En contra	Indecisos	Total
Menos de 200	25	18	21	64
200 - 1000	93	62	67	222
Más de 1000	82	70	62	214
Total	200	150	150	500

Contrastar a un nivel de confianza del 99,5% la independencia de las variables X e Y.

Solución

La población en estudio son los accionistas de Telefónica y deseamos ver si existe dependencia entre el número de acciones y la opinión acerca de una posible fusión.

Se trata de un test no paramétrico donde las hipótesis nula y alternativa son:

H_0: X e Y son independientes

H_1: X e Y no son independientes.

El nivel de confianza es 1-a =0,995, luego a =0,005 y el tamaño muestral n=500.

Calculamos los valores esperados e_{ij} bajo la hipótesis nula (independencia de X e Y), aplicando la fórmula:

$$\frac{(total\ de\ la\ \ fila\ i).(total\ de\ la\ columna\ \ j)}{n}$$

donde n es el tamaño de la muestra, 500.

La tabla de los valores esperados sería:

Y X	A favor	En contra	Indecisos	Total
Menos de 200	25,6	19,2	19,2	64
200-1000	88,8	66,6	66,6	222
Más de 1000	85,6	64,2	64,2	214
Total	200	150	150	500

Por ejemplo $e_{11}=64x200/500=25,6$ $e_{12}=64x150/500=19,2$

El valor del estadístico experimental χ^2 vale:

$$\chi^2 = \frac{(25-25,6)^2}{25,6} + \dots\dots\dots + \frac{(62-64,2)^2}{64,2} = \boxed{1,53}$$

El valor del punto crítico es el valor de una chi-cuadrado con (3-1).(3-1) = 4 grados de libertad y 1-α =0,955 que mirando en las tablas nos da: $\chi^2_{0,005;4}$ = 14,860

La región crítica es, es decir, rechazamos H_0 si: $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}(4)$

Como χ^2 =1,53 es menor que 14,86 se acepta H_0 y podemos decir que no tenemos evidencias de que X e Y sean dependientes y se acepta la hipótesis de que la opinión de los accionistas es independiente del número de acciones que poseen con un riesgo del 0,5%.

Test de homogeneidad de varias muestras. Caso: Bernoulli

Se trata de determinar si varias muestras que estudian el mismo carácter A han sido tomadas o no de la misma población, respecto de dicha característica A.

Supongamos que tenemos k muestras de tamaños n_1, n_2,… ,n_k siendo y_1, y_2, ……, y_k los elementos de cada muestra que presentan una determinada característica A y el resto no la presentan.

Si suponemos que todas las muestras provienen de la misma población, la proporción de elementos que presentan la característica A sería:

$$\boxed{p = \frac{y_1 + y_2 + \dots\dots + y_k}{n_1 + n_2 + \dots\dots + n_k}}$$

Si suponemos que las muestras provienen de la misma población, los valores esperados para la característica A en cada muestra serían: $n_1.p$, $n_2.p$, $n_3.p$, … $n_k.p$.

Podríamos formar la siguiente tabla de contingencia en la que aparecen los valores observados y los valores esperados:

Muestras	Presentan el carácter A Se esperan con el carácter A	No presentan el carácter A Se esperan sin el carácter A	Tamaño de las muestras
Primera muestra	y_1 $n_1 . p$	$n_1 - y_1$ $n_1(1-p)$	n_1
....	....	....	....
i-ésima muestra	y_i $n_i . p$	$n_i - y_i$ $n_i(1-p)$	n_i
....	....	....	....
k-ésima muestra	y_k $n_k . p$	$n_k - y_k$ $n_k(1-p)$	n_k

Consideramos como hipótesis nula e hipótesis alternativa a:

H_O: todas las muestras provienen de la misma de la población.

H_1: se rechaza que provengan de la misma población.

Si aceptamos la hipótesis nula, podemos considerar que las muestras provienen de la misma población y las diferencias entre los valores observados y los valores esperados son debidas al azar.

El estadístico que se utilizará será:

$$\boxed{\chi^2 = \frac{1}{p(1-p)} \cdot \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(y_i - n_i \cdot p\right)^2}{n_i}}$$

La distribución de dicho estadístico es una χ^2 con k-1 grados de libertad en el caso de no existir discrepancias entre los valores observados y los esperados a un nivel de confianza 1-α.

Se acepta H_0 si: $\chi^2 < \chi^2_\alpha(k-1)$ (REGIÓN DE ACEPTACIÓN)

Se rechaza H_0 si: $\chi^2 > \chi^2_\alpha(k-1)$ (REGIÓN CRÍTICA)

En el caso de que los elementos de las muestras se clasifiquen en más de dos categorías, el análisis se realiza como en el caso de un test de independencia o dependencia entre variables, donde la tabla que se obtendría sería similar a la anterior, por filas aparecen las muestras y por columnas las distintas categorías. El estadístico sería el mismo que en el caso de independencia de variables y los valores esperados se calcularían de igual forma y la hipótesis nula será H_0: todas las distribuciones se distribuyen homogéneamente.

Ejemplo: En un hospital se somete a examen la eficacia de cinco medicamentos a un determinado número de pacientes que aparece reflejado en la siguiente tabla, determinándose si al final del tratamiento mejoran o no.

Tratamiento	A	B	C	D	E	Total
Nro. de pacientes	50	52	46	54	48	250
Pacientes mejorados	11	9	8	17	7	50

¿Existe diferencia entre los diferentes medicamentos a un nivel de significación 0,05?

Solución

La población son los medicamentos analizados y deseamos comprobar si alguno de los medicamentos es más eficaz que los otros, es decir, si alguno de ellos puede considerarse que muestra diferencias significativas respecto de los demás.

Se trata de contrastar las hipótesis

H_0: no existen diferencias significativas entre los cinco medicamentos, es decir, provienen de la misma población.

H_1: existen diferencias significativas en alguno de ellos.

El nivel de confianza es $1-\alpha = 0.95$, luego $\alpha = 0.05$ y el tamaño muestral $n=250$

Si denominamos

y_i = número de pacientes mejorados con el medicamento i.

n_i = número de pacientes que utilizan el medicamento i.

Y suponemos que no hay diferencias significativas entre los cinco medicamentos, es decir, provienen de la misma población (H_o cierta) tendríamos que:

$$p = \frac{y_1 + y_2 + \ldots\ldots + y_k}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_k} = 50/250 = 0{,}2$$

será la proporción de pacientes que mejoran si todas las muestras provienen de la misma población, es decir, son homogéneas.

Calculando los valores esperados, $n_i.p$, tendríamos la siguiente tabla:

Tratamiento	Pacientes mejorados Pacientes esperados que mejoren	Pacientes no mejorados Pacientes esperados sin mejoría	Tamaño de la muestra
A	11 50x0.2=10	39 50(1-0.2)=40	50
B	9 52x0.2=10,4	43 52(1-0.2)=41,6	52
C	8 46x0.2=9,2	38 46(1-0.2)=36,8	46
D	17 54x0.2=10,8	37 54(1-0.2)=43,2	54
E	7 48x0.2=9,6	41 48(1-0.2)=)=37,4	48

El valor del estadístico es:

$$\chi^2 = \frac{1}{0{,}2(1-0{,}2)}\left(\frac{(11-10)^2}{50} + \ldots\ldots + \frac{(7-9{,}6)^2}{48}\right) = \boxed{5{,}8855}$$

El valor del punto crítico es el valor de una chi-cuadrado con (5-1) = 4 grados de libertad y 0,05 que mirando en las tablas nos da: $\chi^2_{0,05;\,4} = 9{,}488$

La región crítica es, es decir, rechazamos H_0 si: $\chi^2 > \chi^2_\alpha(4) = 9{,}488$

Luego como $\chi 2 = 5{,}8855$ es menor que 9,488 aceptamos Ho, es decir, no existe diferencia entre los diferentes medicamentos con un nivel de confianza del 95%, para la mejora de los pacientes al finalizar el tratamiento.

Caso: Multinomial

Mientras que en el contraste de independencia se medían dos características de una misma muestra, ahora se elijen k muestras de tamaños predeterminados (y no necesariamente iguales) y se quiere comprobar si todas ellas pueden provenir de la misma población. Es decir, el objetivo es contrastar si la variable X se distribuye de igual manera dentro de cada muestra.

La hipótesis nula H_0 es entonces que las k muestras son homogéneas y la forma de operar es la misma que la vista para el contraste de la independencia.

Es decir se puede construir una tabla de contingencia y definir un estadístico χ^2 como el dado en el test de independencia. Ahora k es el número de muestras y m el número de valores posibles, o intervalos, de la variable.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{\left(O_{ij} - e_{ij}\right)^2}{e_{ij}} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{O_{ij}^2}{e_{ij}} - n$$

Entonces, la hipótesis H0 de homogeneidad se acepta con un nivel de significación α cuando

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \leq \chi^2_{\alpha,(k-1)(m-1)}$$

Ejemplo

Comparemos las notas de 4 grupos de primero en la asignatura de estadística

	Grupos				
Notas	A	B	C	D	o_{x_i}
NT–SB	14	5	13	5	37
AP	26	31	23	10	90
SS	29	30	25	26	110
o_{y_j}	69	66	61	41	237

Estudiar la homogeneidad de las califaciones al comparar los distintos grupos.

Solución

Hipótesis

Ho: Existe homogeneidad en las muestras

Podemos calcular las frecuencias esperadas utilizando

$$e_{11} = \frac{o_{x_1} o_{y_1}}{n} = \frac{37 \times 69}{237} = 10.8$$

$$e_{12} = \frac{o_{x_1} o_{y_2}}{n} = \frac{37 \times 66}{237} = 10.3$$

$$\cdots$$

$$\cdots$$

De tal forma que podemos añadir a la tabla las frecuencias esperadas así calculadas (números entre paréntesis):

	Grupos				
Notas	A	B	C	D	o_{x_i}
NT–SB	14 (10.8)	5 (10.3)	13 (9.5)	5 (6.4)	37
AP	26 (26.2)	31 (25.1)	23 (23.2)	10 (15.6)	90
SS	29 (32.0)	30 (30.6)	25 (28.3)	26 (19.0)	110
o_{y_j}	69	66	61	41	237

El estadístico para el contraste se calcula mediante

$$\chi^2_\nu = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} \frac{o_{ij}^2}{e_{ij}} - n = 248.93 - 237 = \boxed{11.93.}$$

El número de grados de libertad es $\nu = (k-1)(m-1) = 2 \times 3 = 6$. Con un nivel de significación $\alpha = 0.05$, se acepta H_0 (las muestras son homogéneas) si $\chi^2_\nu \leq \chi^2_{\alpha,\nu}$. Como $\chi^2_{0.05,6} = 12.592$, que es mayor que el estadístico calculado arriba, no rechazamos H_0.

Test de bondad de ajuste.

Consideramos una población y el carácter X que presenta las siguientes modalidades x_1 , x_2,... , x_k excluyentes con sus correspondientes probabilidades p_1, p_2, ..., p_k. Tenemos una muestra de tamaño n en la que observamos el carácter X y nos planteamos hasta qué punto esta muestra se puede considerar como perteneciente a una población con una distribución teórica ya conocida.

Independientemente de la distribución teórica que consideremos siempre existirán diferencias entre los valores teóricos esperados y los valores observados. El problema está en saber en qué medida dichos valores son debidos al azar o a que los datos no se ajustan a la distribución teórica considerada.

Si denotamos por:

O_i= nro. de elementos de la muestra con el carácter x_i.

p_i = probabilidad teórica de que la variable aleatoria X tome el valor x_i verificándose que

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$$

Si tenemos una muestra de tamaño n, el número de elementos que cabe esperar que tomen el valor x_i es: $e_i = n.p_i$ verificándose que

$$\sum_{i=1}^{k} e_i = n$$

Podremos formar la siguiente tabla:

Variable X	x_1	x_2	....	x_k
Frecuencias observadas	O_1	O_2	....	O_K
Frecuencias esperadas	e_1	e_2	....	e_k

Consideramos como hipótesis nula e hipótesis alternativa a:

H_0: la distribución empírica se ajusta a la distribución teórica considerada.

H_1: Se rechaza el ajuste.

Evidentemente, si aceptamos la hipótesis nula(aceptamos el ajuste), las diferencias entre los valores observados y los valores esperados son debidas al azar y podemos decir que no existen evidencias para rechazar dicha hipótesis; en otro caso diremos existen diferencias significativas para el nivel de significación marcado entre ambas distribuciones, no pudiendo atribuirse las diferencias entre las distribuciones empíricas y observadas al azar.

El estadístico que se utilizará para dicho contraste será:

$$\boxed{\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=1}^{k} \frac{O_i^2}{e_i} - n}$$

Se acepta H_0 si: $\chi^2 < \chi^2_\alpha(k-1)$ (REGIÓN DE ACEPTACIÓN)

Se rechaza H_0 si: $\chi^2 > \chi^2_\alpha(k-1)$ (REGIÓN CRÍTICA).

A la hora de aplicarlo correctamente tenemos que realizar las siguientes consideraciones:

A.- Las frecuencias esperadas de las distintas modalidades deben ser superiores a cinco; en caso de ocurrir se deben agrupar clases contiguas en una sola clase hasta lograr que la nueva frecuencia sea mayor que cinco. Esto supone cambiar la distribución teórica con la consiguiente pérdida de información.

B.- Si para obtener las frecuencias esperadas se necesitan estimar p parámetros entonces los grados de libertad de la χ^2 son k-p si son independientes y k-p-1 si son excluyentes las modalidades.

C.- Se puede aplicar a las distribuciones continuas como discretas.

Ejemplo : Se desea probar si el número de rayos gamma emitidos por segundo por cierta sustancia radiactiva es una variable aleatoria que tiene la distribución de Poisson de parámetro l =2,4. Utilice los siguientes datos obtenidos en 300 intervalos de segundo para probar dicha hipótesis a un nivel de significación 0,05.

N. de rayos gamma	0	1	2	3	4	5	6	7 o más
Valores observados	20	48	65	75	45	34	9	4

Solución

La población en estudio son los rayos gamma emitidos por una sustancia radiactiva.

Se trata de contrastar las hipótesis:

H_0: La distribución observada sigue una distribución $P(\lambda=2,4)$.

H_1: La distribución observada no sigue una distribución $P(\lambda=2,4)$

El nivel de confianza es $1 - \alpha = 0,95$ puesto que el nivel de significación es $\alpha = 0,05$ y el tamaño de la muestra $n=300$

El estadístico del contraste será el definido anteriormente, para ello deberemos calcular los valores esperados bajo la hipótesis H_0.

Calculamos los valores esperados para una Poisson de parámetro l =2,4. Se tiene que las probabilidades de una Poisson de parámetro l =2,4 son (mirando en la tabla de la distribución de Poisson):

Valores de X	0	1	2	3	4	5	6	7 o más
Probabilidades	0,0907	0,2177	0,2613	0,2090	0,1254	0,0602	0,0241	0,0116

Para hallar los valores esperados bastará con multiplicar las probabilidades por el número de observaciones, obteniéndose:

Valores de X	0	1	2	3	4	5	6	7 o más
Valores esperados	27,21	65,31	78,39	62,7	37,62	18,06	7,23	3,48

Como se observa, existe un valor esperado menor que 5, por lo que debemos de agrupar dos clases contiguas, en este caso, los clases 6 y 7 o más, con lo cual las distribuciones quedarían:

Valores de X	0	1	2	3	4	5	6 o más
Valores esperados	27,21	65,31	78,39	62,7	37,62	18,06	10,71
Valores observados	20	48	65	75	45	34	13

Aplicando la fórmula resulta que el valor del estadístico para dicho contraste vale

$$\chi^2 = \frac{(20-27{,}21)^2}{27{,}21} + \dots\dots\dots + \frac{(13-10{,}71)^2}{10{,}71} = \boxed{27{,}2047}$$

Calculamos el valor del punto crítico de una chi-cuadrado con un valor de α = 0,05 (nivel de significación) y (7-1) grados de libertad, es decir, $\chi^2_{0,05;\,6}$ = 12,592 mirando en las tablas

La región crítica es: χ^2 mayor o igual que 12,592, es decir, el intervalo (12,592, +infinito).

Como el valor del estadístico χ^2 es mayor que el punto crítico se rechaza la hipótesis H_o. χ^2 =27,2047 y $\chi^2_{0,05;\,6}$ = 12,592

Luego tenemos evidencias de que la distribución empírica no sigue una distribución P(λ=2,4).

OBSERVACIÓN: En el caso de que el ajuste sea por una distribución normal es preferible aplicar otro test más potente: test de Kolmogorov.

Ejemplo

Contrastar, con un nivel de significación del 5 %, que la duración, en horas, de cierto tipo de bombillas sigue una distribución con función de densidad

$$f_0(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} \qquad x \geq 0,\ \theta > 0$$

teniendo en cuenta que en una m.a.s. de 75 bombillas probadas, se han observado las siguientes duraciones

Duración (horas)	0 — 200	200 — 300	300 — 400	400 — 500	500 — 600
nº de bombillas	40	15	8	6	6

Solución

Primero estimaremos por el método de máxima verosimilitud el valor del parámetro θ:

$$L(x_1,\ldots,x_n,\ \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta) = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{1}{\theta}\sum x_i}$$

$$Ln\, L(x_1,\ldots,x_n,\ \theta) = -nLn\,\theta - \frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\frac{\partial Ln\, L(x_1,\ldots,x_n,\ \theta)}{\partial\theta} = -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

$$\left.\frac{\partial^2 Ln\, L(x_1,\ldots,x_n,\ \theta)}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=\hat{\theta}} = \left.\frac{n}{\theta^2} - \frac{2}{\theta^3}\sum_{i=1}^{n} x_i\right|_{\theta=\hat{\theta}}$$

$$= \frac{n}{\hat{\theta}^2} - \frac{2n\hat{\theta}}{\hat{\theta}^3} < 0$$

Duración	0-200	200-300	300-400	400-500	500-600
# bombillas n_i	40	15	8	6	6
x_i	100	250	350	450	550

El valor estimado de θ será:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = 220.67$$

Ahora calculamos las probabilidades esperadas:

$$\hat{p}_i = P(a < x < b) = \int_a^b \frac{1}{\hat{\theta}} e^{-x/\hat{\theta}} dx = e^{-a/\hat{\theta}} - e^{-b/\hat{\theta}}$$

$$Por\ ejemplo:$$

$$\hat{p}_1 = P(0 < x < 200) = \int_0^{200} \frac{1}{220.67} e^{-x/220.67} dx =$$

$$e^{-0/220.67} - e^{-200/220.67} = 0.59$$

Duración	0-200	200-300	300-400	400-500	500-600
# bombillas n_i	40	15	8	6	6
x_i	100	150	350	450	550
$\hat{p}_i$	0.59	0.15	0.09	0.06	0.04

Aquí la probabilidad
será de 500 a infinito.

Y a partir de ellas podemos calcular los valores esperados de las muestras:

$$\hat{E}_i = n\hat{p}_i \qquad Por\ \ ejemplo\ :$$

$$\hat{E}_1 = n\hat{p}_1 = (40 + 15 + 8 + 6 + 6) \cdot 0.59 = 44.70$$

Duración	0-200	200-300	300-400	400-500	500-600
# bombillas n_i	40	15	8	6	6
x_i	100	150	350	450	550
$\hat{p}_i$	0.59	0.15	0.09	0.06	0.04
$\hat{E}_i = n\hat{p}_i$	44.70	11.04	7.02	4.46	2.84

12

Duración	0-200	200-300	300-400	400-500	500-600
# bombillas n_i	40	15	8	6	6
x_i	100	150	350	450	550
$\hat{p}_i$	0.59	0.15	0.09	0.06	0.04
$\hat{E}_i = n\hat{p}_i$	44.70	11.04	7.02	4.46	2.84

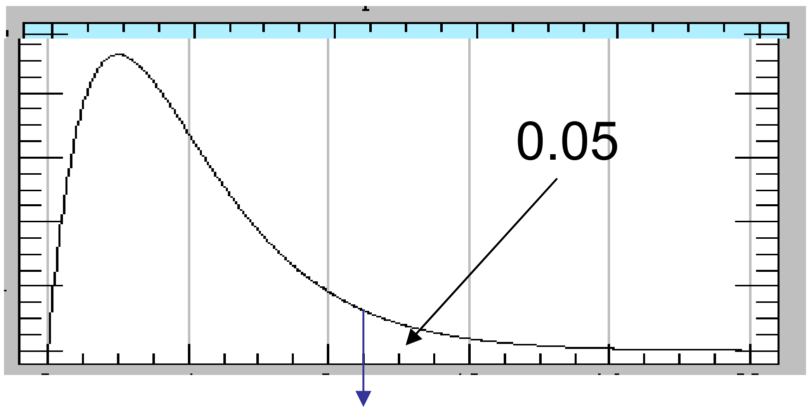
7.30

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(n_i - \hat{E}_i)^2}{\hat{E}_i} = \frac{(40-44.70)^2}{44.70} + \ldots + \frac{(12-7.30)^2}{7.30} = 5.08$$

Nuestro estimador chi-cuadrado vale: $\chi^2 = 5.08$

El estimador se distribuye como: $\chi^2_{k-1-\nu} = \chi^2_{4-1-1} = \chi^2_2$

Esta es la diferencia fundamental con el caso anterior. Al número de clases k hay que restarle 1 y el número de parámetros que previamente hemos estimado. En este caso: ν = 1.



$\chi^2_{2,0.05} = 5.99$

$$\chi^2 = 5.08 < 5.99 \Rightarrow No\ podemos\ rechazar\ H_0$$